

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

CA 1

Câu 5. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn. $ab = cd$

Chứng minh rằng: Tổng $T = a + b + c + d$ là một hợp số.

HD:

$$\text{Gọi } \text{ƯCLN}(a, c) = k \Rightarrow \begin{cases} a = a_1 \cdot k \\ c = c_1 \cdot k \end{cases} \text{UCLN}(a_1; c_1) = 1$$

$$\text{Vì } ab = cd \Rightarrow a_1 \cdot k \cdot b = c_1 \cdot k \cdot d \Rightarrow a_1 \cdot b = c_1 \cdot d \quad (1) \Rightarrow a_1 \cdot b : c_1$$

$$\text{Mà } (a_1; c_1) = 1 \Rightarrow b : c_1 \Rightarrow b = c_1 \cdot m \quad (2)$$

$$(a_1; c_1) = 1 \Rightarrow b : c_1 \Rightarrow b = c_1 \cdot m \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1): } c_1 \cdot m \cdot a_1 = c_1 \cdot d \Rightarrow a_1 \cdot m = d$$

$$\text{Nên } a + b + c + d = k \cdot a_1 + c_1 \cdot m + c_1 \cdot k + a_1 \cdot m = (a_1 + c_1)(k + m)$$

Mà $a_1; c_1; k; m$ là số nguyên dương nên $(a_1 + c_1)(k + m)$ là hợp số. Vậy $a + b + c + d$ là hợp số.

Câu 6. Cho 6 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta nối bởi một đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có ba cạnh cùng màu, với ba đỉnh là 3 điểm lấy trong 6 điểm nói trên.

HD:

Xét điểm thứ nhất (A) nối với 5 điểm còn lại (B,C,D,E,F) tạo thành 5 đoạn thẳng

Vì mỗi đoạn thẳng được tô chỉ màu đỏ hoặc xanh, nên theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất ba trong năm đoạn nối trên cùng màu. Giả sử 3 đoạn cùng màu là đoạn AB, AC, AD có 2 trường hợp:

Đoạn AB, AC, AD màu xanh tạo thành $\triangle ABC, ABD, BCD, ABD$ có đỉnh thuộc cạnh màu xanh

Nếu ngược lại 3 đoạn màu đỏ thì tạo thành $\triangle ABC, ABD, BCD, ABD$ có đỉnh thuộc cạnh màu đỏ.

Vậy ta có điều phải chứng minh.

