TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6

BÀI TOÁN TỔNG HỢP (tiếp)

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 1. Một số nguyên tố p khi chia cho 42 được số dư là hợp số. Tìm số dư của phép chia đó.

Câu 2. Cho 3 số nguyên tố liên tiếp x, y, z thỏa mãn $x<y<z$ và $x^2+y^2+z^2$ là một số nguyên tố. Chứng minh $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2$ cũng là một số nguyên tố.

Câu 3. Tìm bộ ba số tự nhiên a, b, c khác 0 sao cho phân số $\dfrac{a(a+1)+2024}{bc(b+c)}$ tối giản.

Câu 4. Tìm cặp số (x,y) nguyên dương thỏa mãn: $x^2=-7(y-1)^2+64$

Câu 5. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn. $ab=cd$

Chứng minh rằng: Tổng $T=a+b+c+d$ là một hợp số.

Câu 6. Cho 6 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta nối bởi một đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có ba cạnh cùng màu, với ba đỉnh là 3 điểm lấy trong 6 điểm nói trên.

Câu 7. Tìm các số tự nhiên n để phân số $\dfrac{2n+7}{5n+2}$ là phân số tối giản.

Câu 8. Tìm số tự nhiên a sao cho $6a+4$ và $a+2$ đều là lũy thừa của 2 .

Câu 9. Trên bảng cho dãy số $2^1;2^2;2^3;\ldots;2^{2001}$. Ta thực hiện theo quy tắc thay mỗi số trong dãy bởi tổng các chữ số của nó. Ví dụ: $2^5=32$ được thay bởi $2+3=5$. Cứ như vậy cho đến khi các số trong dãy đều là số có 1 chữ số. CMR trong dãy số cuối cùng, số chữ số 2 nhiều hơn số chữ số 1

Câu 10. Cho $S=\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{3\cdot7}+\dfrac{5}{3\cdot7\cdot11}+\dfrac{7}{3\cdot7\cdot11\cdot15}+\ldots+\dfrac{2n+1}{3\cdot7\cdot11\ldots(4n+3)}$.

Với $n\in N^*$ Chứng minh : $S<\dfrac{1}{2}$.

Thầy Trần Tuấn Việt

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 6

ĐỒNG DƯ

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học:...

Cho số nguyên dương m>1 và 2 số nguyên a, b.

Định nghĩa 1: Nếu a và b có cùng số dư trong phép chia cho m thì ta nói a đồng dư với b theo môđun m, và ký hiệu là đồng dư thức: $a \equiv b \pmod{m}$

Định nghĩa 2: Nếu a và b có hiệu chia hết cho m thì ta nói a đồng dư với b theo môđun m, và ký hiệu là đồng dư thức: $a \equiv b \pmod{m}$.

Ví dụ: $7 \equiv 10 \pmod{3}$, $12 \equiv 22 \pmod{10}$

+ Chú ý: $a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow a - b \vdots m$

Các tính chất của đồng dư thức:

1. Tính chất phản xạ: $a \equiv a \pmod{m}$
2. Tính chất đối xứng: $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$
3. Tính chất bắc cầu: $a \equiv b \pmod{m}$, $b \equiv c \pmod{m}$ thì $a \equiv c \pmod{m}$
4. Cộng , trừ từng vế: $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$

Hệ quả:

a) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + c \equiv b + c \pmod{m}$

b) $a + b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow a \equiv c - b \pmod{m}$

c) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a + km \equiv b \pmod{m}$

5. Nhân từng vế : $\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{cases} \Rightarrow ac \equiv bd \pmod{m}$

Hệ quả:

a) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$ $(c \in Z)$

b) $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$

6. Có thể nhân (chia) hai vế và môđun của một đồng dư thức với một số nguyên dương

$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow ac \equiv bc \pmod{mc}$

Chẳng hạn: $11 \equiv 3 \pmod{4} \Leftrightarrow 22 \equiv 6 \pmod{8}$

7. $\begin{cases} ac \equiv bc \pmod{m} \\ (c, m) = 1 \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$

Chẳng hạn : $\begin{cases} 16 \equiv 2 \pmod{7} \\ (2, 7) = 1 \end{cases} \Rightarrow 8 \equiv 1 \pmod{7}$

Bài 1: CMR số chính phương n^2 chia 3 dư 0 hoặc 1.

Bài 2: Tìm số dư khi chia 92^{94} cho 15

Chú ý: khi giải các bài toán về đồng dư, ta thường quan tâm đến $a \equiv \pm 1 \pmod m$

$a \equiv 1 \pmod m \Rightarrow a^n \equiv 1 \pmod m$

$a \equiv -1 \pmod m \Rightarrow a^n \equiv (-1)^n \pmod m$

Bài 3: Chứng minh: trong các số có dạng $2^n - 4 (n \in N)$, có vô số số chia hết cho 5

Bài 4: Chứng minh rằng $20^{15} - 1$ chia hết cho 11

Bài 5: $2^{30} + 3^{30}$ chi hết cho 13

Bài 6: $555^{222} + 222^{555}$ chia hết cho 7

Thầy Nguyễn Văn Minh