

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
LUYỆN TẬP (Tiếp)
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho m, n là các số tự nhiên thỏa mãn $4m^2 + m = 5n^2 + n$.

Chứng minh rằng: $(m - n); (5m + 5n + 1)$ đều là các số chính phương.

Câu 2. Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{(a + b)^2 + 4a}{ab}$ là số tự nhiên.

Chứng minh rằng: Nếu b là số lẻ thì a là số chính phương.

Câu 3. Cho $S = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_{100}^3$ với $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ là các số nguyên thỏa mãn $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{100} = 2021^{2022}$. Chứng minh rằng: $S - 1 : 6$.

Câu 4. Chứng minh $n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3 : 9$ với mọi số nguyên n .

Câu 5. Chứng minh không tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $(2023^{2024} + 1)$ chia hết cho $n^3 + 2012n$.

Câu 6. Tìm số nguyên n sao cho $n^3 + 2018n = 2020^{2019} + 4$.

Câu 7. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 - (y + 4)x + 2y = 0$

Câu 8. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$.

Câu 9. Cho 5 đoạn thẳng có độ dài từ 10cm đến 45cm. Chứng minh rằng luôn chọn được 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng đã cho lập thành 3 cạnh của một tam giác.

Câu 10. Hình vuông có 3×3 ô chứa số 9 mà tổng các số ở mỗi hàng, mỗi cột, mỗi cùng đường chéo bằng nhau được gọi là hình vuông kỳ diệu. Chứng minh rằng số ở tâm một hình vuông kỳ diệu bằng trung bình cộng của hai số còn lại cùng hàng, hoặc cùng cột, hoặc cùng đường chéo.

Thầy Trần Ngọc Hà

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
BÀI TOÁN TRONG KÌ THI HỌC SINH GIỎI
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Câu 1. Cho tam giác vuông tại A ($AB > AC$), vẽ phân giác CE (E thuộc AB). Trên cạnh BC lấy điểm H sao cho $CH = CA$. Gọi N là giao điểm của AH và CE.

a) Gọi D là trung điểm NH. Đường thẳng qua D vuông góc với NH tại D cắt EH tại K. Chứng minh NK song song với AB.

b) Trên cạnh AH lấy các điểm I và Q sao cho $AI = IQ = QH$. So sánh hai góc ACI và ICQ.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB < AC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Từ O kẻ OM vuông góc với BC, OH vuông góc với AC (M thuộc BC, H thuộc AC). Lấy điểm I trên đoạn MC sao cho $MI = AH$. Gọi K là giao điểm của MH và AI.

a) Vẽ P thuộc MH sao cho IP song song với AC. Chứng minh: Tam giác IMP cân và K là trung điểm của AI.

b) Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng và $\widehat{KBI} = \widehat{IAH}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC$, có D là trung điểm BC. Trên đoạn BD lấy E (khác B, D), trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $BE = CF$. Kẻ các đường thẳng vuông góc với BC tại E cắt AB tại G, đường vuông góc với BC tại F cắt AC tại H. Gọi giao điểm của GH với BC là I

a) Chứng minh $BG = CH, IG = IH$

b) Kẻ đường thẳng vuông góc với CA tại C, cắt AD tại M. Chứng minh MI vuông góc với GH

c) Đường thẳng vuông góc với DG tại D cắt AC tại K, chứng minh rằng: $AK + AG \leq DG + DK$

Câu 5. Cho tam giác ABC không cân tại A, cạnh BC cố định, đỉnh A di động. Vẽ phân giác trong AD của tam giác. Trên tia CA lấy điểm E sao cho $CE = AB$. Gọi I là trung điểm của AE. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua I và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

Thầy Trần Tuấn Việt