

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 7
ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
 Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Câu 4. Cho tam giác ABC có $\hat{B} < 90^\circ$ và $\hat{B} = 2\hat{C}$. Kẻ đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BH$. Đường thẳng HE cắt AC tại D

- a) Chứng minh $\widehat{BEH} = \widehat{ACB}$ b) Chứng minh $DH = DC = DA$
 c) Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB' . Chứng minh tam giác $AB'C$ cân
 d) Chứng minh $AE = HC$.

HD:

a) $\triangle BEH$ cân tại B nên $\hat{E} = \widehat{BHE}$ (1)

Xét $\triangle BEH$ có \widehat{ABC} là góc ngoài tại đỉnh B
 nên $\widehat{ABC} = \hat{E} + \widehat{BHE}$ (tính chất góc ngoài)

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 2\hat{E}$$

$$\widehat{ABC} = 2\hat{C} \Rightarrow \widehat{BEH} = \widehat{ACB} \text{ (đpcm) (2)}$$

b)

Ta có: $\widehat{DHC} = \widehat{BHE}$ (2 góc đối đỉnh) (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{DHC} = \widehat{ACB}$

hay $\widehat{DHC} = \widehat{DCH}$ suy ra $\triangle DHC$ cân tại D
 nên $DC = DH$

$$\triangle DAH \text{ có: } \widehat{DAH} = 90^\circ - \widehat{DCH};$$

$$\widehat{DHA} = 90^\circ - \widehat{DHC} = 90^\circ - \widehat{DCH}$$

$$\Rightarrow \widehat{DHA} = \widehat{DAH} \Rightarrow \triangle DAH \text{ cân tại D nên}$$

$$DA = DH$$

$$\text{Vậy } DH = DC = DA$$

c) Xét $\triangle ABB'$ có AH là đường trung tuyến (do H là trung điểm của BB')

mà AH cũng là đường cao (do $AH \perp BB'$) nên $\triangle ABB'$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AB'B} = 2\hat{C}$

Xét $\triangle AB'C$ có $\widehat{AB'B}$ là góc ngoài tại đỉnh B' nên

$$\widehat{AB'B} = \widehat{B'AC} + \hat{C} \text{ (tính chất góc ngoài)}$$

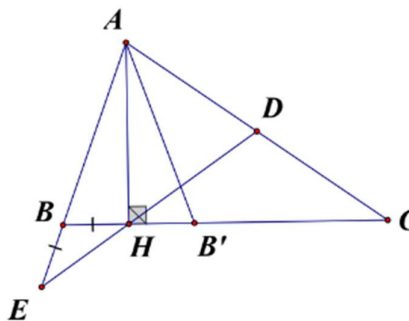
$$\Rightarrow 2\hat{C} = \widehat{B'AC} + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = \widehat{B'AC} \Rightarrow \triangle AB'C \text{ cân tại } B'$$

d) Vì $\triangle ABB'$ cân tại A (chứng minh trên) nên $AB = AB'$

Mặt khác: $AB' = CB'$ (do $\triangle AB'C$ cân tại B') suy ra $AB = CB'$ (*)

Vì $BE = BH$ (gt), $BH = B'H$ (do H là trung điểm của BB') nên $BE = B'H$ (**)

Ta có: $AE = AB + BE; HC = CB' + B'H$ (***)



Câu 12. Cho các số nguyên dương a ; b ; c thỏa mãn $a + b + c = 2023$. Chứng minh rằng giá trị biểu

thức sau không phải là một số nguyên: $A = \frac{a}{2023-c} + \frac{b}{2023-a} + \frac{c}{2023-b}$

HD:

$$A = \frac{a}{2023-c} + \frac{b}{2023-a} + \frac{c}{2023-b} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c}$$

Vì a, b, c là các số nguyên dương nên

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} > \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+a} + \frac{c}{a+c+b} = \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1$$

$$\text{Chứng minh: } \frac{a}{b} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$$

Ta có $\frac{a}{a+b}$; $\frac{b}{b+c}$; $\frac{c}{a+c} < 1$ nên

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} < \frac{a+c}{a+b+c} + \frac{b+a}{b+c+a} + \frac{c+b}{a+c+b} = \frac{2 \cdot (a+b+c)}{a+b+c} = 2$$

Vì $1 < A < 2$ nên A không phải là một số nguyên.