

**TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 7**  
**TỔNG ÔN**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học:.....

**Câu 1.** Tính:  $A = \left(\frac{-1}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^9 : \left(\frac{1}{27}\right)^5 - 2^2 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{2}{9} \cdot \sqrt{(-9)^2}$

**Câu 2.** Tính giá trị biểu thức  $B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^{2021}}{36 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}$ .

**Câu 3.** Tìm  $x, y, z$  biết:  $10x = 6y = 5z$  và  $\frac{2x-3y}{2z+3} = \frac{3-2z}{4x}$

**Câu 4.** Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 12 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua

**Câu 5.** Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x - y + 2xy = 7$

**Câu 6.** Tìm số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $\frac{(x-5)^2}{3} = \frac{7-y^2}{2}$ .

**Câu 7.** Tìm các hệ số  $a, b$  biết rằng đa thức  $ax^3 + bx^2 - 3x + 3$  chia cho  $(x-1)(x+1)$  được dư là 7.

**Câu 8.** Cho ba đa thức:

$$A = 5x^2 + 6xy - 7; B = -9x^2 - 8xy + 11y^2; C = 6x^2 + 2xy - 3y^2$$

Chứng minh rằng ba đa thức  $A; B; C$  không thể cùng nhận giá trị âm với mọi giá trị của  $x, y$ .

**Câu 9.** Cho đa thức  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  trong đó  $a, b, c, d$  là các số nguyên thỏa mãn  $b = 3a + c$  Chứng minh  $f(1) \cdot f(-2)$  là số chính phương.

**Câu 10.** Cho  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{2021.2022}$  và

$$B = 1011 + \frac{1010}{1012} + \frac{1009}{1013} + \frac{1008}{1014} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$$
 Chứng minh rằng:  $\frac{B}{A}$  là số nguyên.

**Câu 11.** Cho dãy số  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  được xác định như sau:

$$a_1 = 1; a_2 = 1 + \frac{1}{2}; a_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}; \dots; a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{2a_2^2} + \frac{1}{3a_3^2} + \dots + \frac{1}{na_n^2} < 2$ , với mọi số tự nhiên  $n > 1$ .

**Câu 12.** Cho các số nguyên dương  $a$ ;  $b$ ;  $c$  thỏa mãn  $a + b + c = 2023$ . Chứng minh rằng giá trị biểu

thức sau không phải là một số nguyên:  $A = \frac{a}{2023-c} + \frac{b}{2023-a} + \frac{c}{2023-b}$

**Câu 13.** Tìm tất cả các số tự nhiên  $m$  và  $n$  thỏa mãn  $2^m + 2021 = |n - 2020| + |n - 2022|$

**Câu 14.** Biết  $f(x)$  chia cho  $x - 3$  thì dư 7; chia cho  $x - 2$  thì dư 5; chia cho  $(x - 3) \cdot (x - 2)$  được thương là  $3x$  và còn dư. Tìm  $f(x)$ .

Thầy Trần Tuấn Việt

**TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 7**  
**ÔN TẬP (tiếp)**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học:.....

**Câu 1.** Tam giác ABC có đường cao AH, trung tuyến AM chia góc A thành ba phần bằng nhau. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A và tam giác ABM đều.

**Câu 2.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ các tia Bx, Cy vuông góc với BC nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A. Gọi D là một điểm nằm giữa B và C. Đường thẳng vuông góc với AD tại A cắt Bx và Cy theo thứ tự tại E và F.

- 1) Chứng minh  $\triangle AEB = \triangle AFC$ ;
- 2) Chứng minh tam giác EDF vuông cân;

**Câu 3.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ$ , phân giác AD. Trên AD lấy điểm O, trên tia đối của tia AC lấy điểm M sao cho  $\widehat{ABM} = \widehat{ABO}$ . Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho  $\widehat{ACN} = \widehat{ACO}$ . Chứng minh rằng:

- a)  $AM = AN$
- b)  $\triangle MON$  là tam giác đều

**Câu 4.** Cho tam giác ABC có  $\hat{B} < 90^\circ$  và  $\hat{B} = 2\hat{C}$ . Kẻ đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho  $BE = BH$ . Đường thẳng HE cắt AC tại D

- a) Chứng minh  $\widehat{BEH} = \widehat{ACB}$
- b) Chứng minh  $DH = DC = DA$
- c) Lấy  $B'$  sao cho H là trung điểm của  $BB'$ . Chứng minh tam giác  $AB'C$  cân
- d) Chứng minh  $AE = HC$ .

**Câu 5.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ$ . Vẽ phân giác BD và CE ( $D \in AC, E \in AB$ ) chúng cắt nhau tại O

- a. Tính số đo  $\widehat{BOC}$
- b. Trên BC lấy hai điểm M và N sao cho  $BM = BA, CN = CA$ . Chứng minh EN song song với DM.
- c. Gọi I là giao điểm của BD và AN. Chứng minh  $\triangle AIM$  vuông cân.

**Câu 6.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A có  $\hat{B} = 2\hat{C}$ . Kẻ  $AH \perp BC (H \in BC)$ . Trên tia HC lấy D sao cho  $HD = HB$ . Từ C kẻ đường thẳng CE vuông góc với đường thẳng AD ( $E \in AD$ ).

- a) Tam giác ABD là tam giác gì? Vì sao?
- b) Chứng minh  $DH = DE$ ;  $HE \parallel AC$ .
- c) Gọi K giao AH và CE, lấy điểm I bất kì thuộc đoạn thẳng HE (I khác H; I khác E). Chứng

$$\text{minh } \frac{3}{2}AC < IA + IK + IC$$

Thầy Trần Ngọc Hà