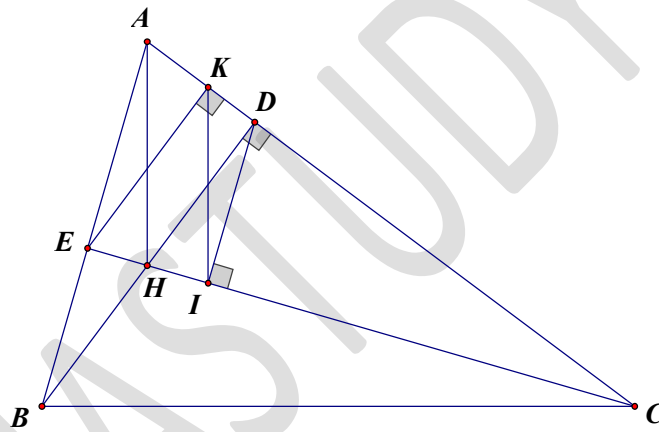


TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Câu 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao BD và CE cắt nhau ở H .

- Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle ACE$
- Chứng minh: $CH \cdot CE = CD \cdot CA$
- Kẻ $EK \perp AC$ tại K ; $DI \perp EC$ tại I . Chứng minh $AH \parallel IK$
- Chứng minh $S_{\triangle EIK} \leq \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$

Lời giải



a) Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng với $\triangle ACE$

Có BD là đường cao của tam giác ABC

$$\Rightarrow BD \perp AC \Rightarrow \widehat{BDA} = \widehat{BDC} = 90^\circ$$

Có CE là đường cao của tam giác ABC

$$\Rightarrow CE \perp AB \Rightarrow \widehat{CEB} = \widehat{CEA} = 90^\circ$$

Xét tam giác $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có

$$\widehat{BDA} = \widehat{CEA} = 90^\circ.$$

\widehat{BAC} chung

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACE (g.g)$$

b) Chứng minh $CH.CE = CD.CA$

Xét tam giác CHD và tam giác CHE có

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ECA} \text{ chung} \\ \widehat{CDH} = \widehat{CEA} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta CHD \hat{=} \Delta CAE (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{CH}{CA} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow CH.CE = CD.CA$$

c) Kẻ $EK \perp AC$ tại K; $DI \perp EC$ tại I. Chứng minh $AH \parallel IK$

Xét ΔCID và ΔCKE có: $\widehat{CID} = \widehat{CKE} = 90^\circ$ \widehat{ICD} chung $\Rightarrow \Delta CID \hat{=} \Delta CKE$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{CI}{CK} = \frac{CD}{CE} \quad (1) \text{ mà } CH.CE = CD.CA \text{ (cm b)} \Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{CH}{CA} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{CI}{CK} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow \frac{CI}{CH} = \frac{CK}{CA}$$

$$\text{Xét } \Delta CAH \text{ có: } \frac{CI}{CH} = \frac{CK}{CA} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow IK \parallel AH$ (ĐL Ta-lét đảo)

d) Chứng minh $S_{\Delta EIK} \leq \frac{1}{4} S_{\Delta ABC}$

Có $IK \parallel AH$ (cm c) $\Rightarrow \widehat{KIE} = \widehat{AHE}$ (đồng vị)

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{AHE}$ (cùng phụ với \widehat{EAH})

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{KIE}$$

Xét ΔEIK và ΔABC có:

$$\widehat{KIE} = \widehat{ABC} \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{IEK} = \widehat{BAC} \text{ (cùng phụ với } \widehat{AEK} \text{)}$$

$\Rightarrow \Delta EIK \sim \Delta ABC$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{S_{EIK}}{S_{ABC}} = \left(\frac{EK}{AC} \right)^2 = \frac{EK^2}{AC^2}$$

Chứng minh: $\triangle A EK \sim \triangle ECK$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{EK} = \frac{EK}{CK} \Rightarrow EK^2 = AK \cdot CK$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EIK}}{S_{ABC}} = \frac{AK \cdot CK}{AC^2} = \frac{4AK \cdot CK}{4AC^2} \leq \frac{(AK + CK)^2}{4AC^2} = \frac{AC^2}{4AC^2} = \frac{1}{4}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow AK = CK$.