ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..**Ngày học:**..

Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm M di động trên cung nhỏ BC, AM cắt CD tại N và tia CM cắt AB tại S.

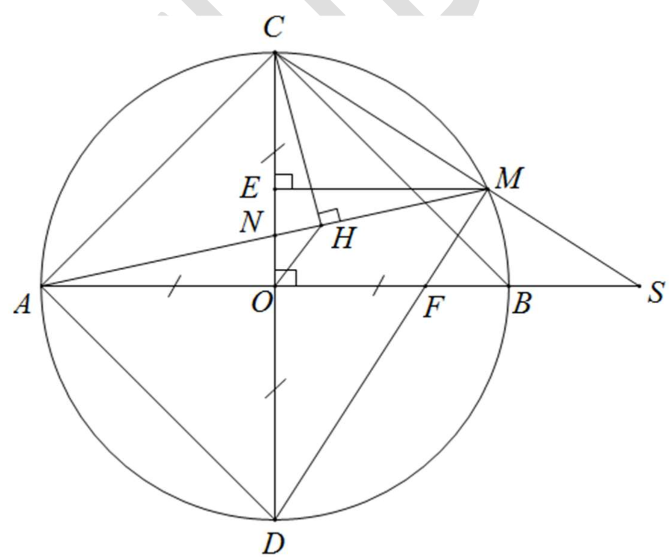
1) Chứng minh $SM.SC = SA.SB$.

2) Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.

3) Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Chứng minh $OH//DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.

4) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích ΔMNF lớn nhất.

Lời giải



1) Chứng minh $SM.SC = SA.SB$

Xét ΔSCB và ΔSAM, ta có:

$\hat{S}$ là góc chung.

$\widehat{SCB} = \widehat{SAM}$ (Cùng chắn $\overset{\frown}{MB}$)

Vậy $\Delta SCB \backsim \Delta SAM$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{SC}{SA} = \dfrac{SB}{SM}$

$\Leftrightarrow SM.SC = SA.SB$ (đpcm)

2) Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.

Vì $CH \perp AM$ tại $H \Rightarrow \widehat{CHA} = 90°$

$AB \perp CD$ tại O

$\Rightarrow$ Tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn. (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau)

3) Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Chứng minh $OH//DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.

* Chứng minh $OH//DM$

Xét (O), có $\widehat{CAM} = \widehat{CDM}$ (Cùng chắn $\overset\frown{CM}$)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AOHC$, có $\widehat{CAH} = \widehat{COH}$ (Cùng chắn $\overset\frown{CH}$)

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{CDM} \left(= \widehat{CAH}\right)$

$\Rightarrow OH//DM$ (Cặp góc đồng vị bằng nhau)

* Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.

Ta có: $\widehat{COH} = \widehat{CDM}$

Mà $\widehat{CDM} = \widehat{OMD}$ (ΔODM cân tại O)

$\widehat{OMD} = \widehat{HOM}$ (Cặp góc so le trong bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{HOM} \Rightarrow OH$ là đường phân giác của tam giác ΔMOE (1)

Mặt khác: $ME \perp CD$ tại E

$AB \perp CD$ tại O

$\Rightarrow ME//AB$

$\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{EMH}$

Ta lại có $\widehat{OAM} = \widehat{OMH}$ (ΔOAM cân tại O)

$\Rightarrow \widehat{EMH} = \widehat{OMH} \Rightarrow MH$ là đường phân giác của tam giác ΔMOE (2)

Từ (1) và (2) suy ra Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MOE.

4) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích ΔMNF lớn nhất.

Xét ΔAND và ΔFDA, ta có:

$\widehat{FAD} = \widehat{ADN} \left(= 45^\circ\right)$ (ΔOAD vuông cân tại O)

$\widehat{NAD} = \widehat{AFD} \left(\widehat{NAD} = \widehat{DCM} = \widehat{MFB} = \widehat{AFD}\right)$

Vậy $\Delta AND \backsim \Delta FDA$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{FA} = \dfrac{ND}{AD}$

$\Leftrightarrow ND.AF = AD^2 = 2R^2$

$\Rightarrow S_{ANFD} = R^2$ không đổi

Mà $S_{AMD} = S_{ANFD} + S_{MNF}$

Do đó S_{MNF} lớn nhất $\Leftrightarrow$ S_{AMD} lớn nhất $\Leftrightarrow$ điểm M nằm chính giữa cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$.

Câu 10. Giải phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy - 4x + 3y + 2 = 0 \\ \sqrt{x^2 - y + 3} + \sqrt{y - x + 1} = 2 \end{cases}$

HD:

ĐK $\begin{cases} x^2 - y + 3 \geq 0 \\ y - x + 1 \geq 0 \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow y^2 - 3(x-1)y + 2x^2 - 4x + 2 = 0$

Tính

$\Delta = (x-1)^2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x - 1 \\ y = 2x - 2 \end{array}\right.$

Với y=x-1 thay vào (2) ta được

$\sqrt{x^2 - x + 4} = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -1 (t/m) \\ x = 0 (t/m) \end{array}\right.$

Với y=2x-2 thay vào (2) ta được

$\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{x-1} = 2$

Ta có $\sqrt{(x-1)^2 + 4} + \sqrt{x-1} \geq 2$

Dấu bằng xảy ra khi x=1 và y = 0(t/m)

Vậy hệ phương trình có các nghiệm (x;y)=(0,-1); (1;0)