ÔN THI VÀO 10 MÔN TOÁN
HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:...Ngày học:..

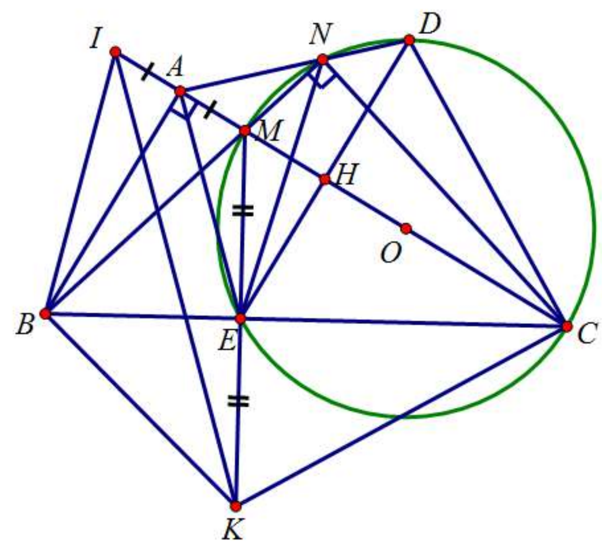
Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $(AB < AC)$. Lấy điểm M thuộc cạnh AC. Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E, BM cắt (O) tại N, AN cắt (O) tại D, ED cắt AC tại H.

1. Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.

2. Chứng minh $MH.HC = EH^2$ và M cách đều ba cạnh của tam giác ANE.

3. Lấy I đối xứng với M qua A, lấy điểm K đối xứng với M qua E. Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Lời giải



1) Tứ giác $BANC$ có :

$\widehat{BAC} = 90°$ (do tam giác ABC vuông ở A)

$\widehat{BNC} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Do đó $BANC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Ta có $\widehat{MEC} = 90°$ nên $BAME$ là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{ABE} = \widehat{EMC}$.

Mặt khác $BANC$ là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{DNC}$.

Suy ra $\widehat{EMC} = \widehat{DNC}$, nên $\widehat{ECM} = \widehat{DCM}$, hay M là điểm chính giữa cung ED.

Do đó $ED \perp CM$.

Tam giác MEC vuông ở E và có EH là đường cao.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $EH^2 = HC.HM$.

+ Ta chứng minh M là giao của các đường phân giác trong của tam giác ANE.

Vì $BANC$ nội tiếp nên $\widehat{ANB} = \widehat{ACB}$; mà $MNCE$ nội tiếp nên $\widehat{MNE} = \widehat{MCE}$.

Suy ra $\widehat{ANB} = \widehat{BNE}$, hay BN là phân giác của góc ANB.

Vì $BAME$ nội tiếp nên $\widehat{ABM} = \widehat{AEM}$, mà $\widehat{ABN} = \widehat{ACN}$ và $\widehat{MEN} = \widehat{MCN}$

Suy ra $\widehat{AEM} = \widehat{NEM}$ hay EM là phân giác trong góc AEN.

Vậy M là giao điểm của các đường phân giác trong của tam giác ANE, tức là M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ANE nên cách đều các cạnh của tam giác này.

3) Từ giả thiết ta suy ra tam giác IBM cân ở B nên $\widehat{BIM} = \widehat{BMI}$ và $\Delta BMC = \Delta BKC$.

Suy ra $\widehat{BIC} + \widehat{BKC} = \widehat{BMI} + \widehat{BMC} = 180°$, hay $BICK$ là tứ giác nội tiếp.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK là đường tròn luôn đi qua hai điểm B, C cố định.

Do đó, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK nhỏ nhất khi và chỉ khi BC là đường kính.

Khi đó $\widehat{BIM} = \widehat{BKC} = 90°$. Suy ra $I \equiv M \equiv A$.

Câu 8. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m - 1$ (với m là tham số).

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 0$.

HD:

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$-x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 + x + m - 1 = 0$

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta = 1 - 4.(m-1) > 0 \Leftrightarrow 5 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{5}{4}$

Theo Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -1$; $x_1x_2 = m - 1$

$x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) - x_2 + x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1(-1) - x_2 + m - 1 = 0$

$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn).