

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  
**ÔN TẬP TỔNG HỢP (Tiếp)**  
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 4.**

1) Giải phương trình:  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 9x + 18) = 168x^2$ .

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + \frac{1}{x^2 + 1} = y + \frac{1}{y^2 + 1} \\ x^2 + 2x\sqrt{y + \frac{1}{y}} = 8x - 1 \end{cases}$$

**Câu 5.**

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn đẳng thức:

$$x^3 + x^2y - 2xy + 2x - 2y^2 + 2y + 1 = 0$$

b) Cho 31 điểm bất kì nằm bên trong hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 12. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1 nằm bên trong hình vuông ABCD và không chứa điểm nào trong 31 điểm đã cho.

**Câu 6.**

1) Cho 9 hình vuông có độ dài các cạnh là 9 số nguyên dương liên tiếp. Gọi S là tổng diện tích của 9 hình vuông đã cho. Tồn tại hay không một hình vuông có cạnh là một số nguyên dương và có diện tích là S.

2) Vẽ bất kì 17 đường tròn, mỗi đường tròn có độ dài đường kính là một số nguyên dương. Chứng minh rằng trong 17 đường tròn đó ta luôn chọn được năm đường tròn có tổng độ dài các đường kính là một số chia hết cho 5.

**Thầy Trần Tuấn Việt**

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9  
TỔNG ÔN**

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: .....Ngày học: .....

**Câu 4.** Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (T) tâm O, bán kính R,  $\widehat{CAD} = 45^\circ$ , AC vuông góc với BD tại I,  $AD > BC$ . Dựng CK vuông góc với AD ( $K \in AD$ ), CK cắt BD tại H và cắt (T) tại E.

- Chứng minh các điểm C, I, K, D cùng thuộc một đường tròn và  $AC = BD$
- Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHE. Tính IK theo R
- IK cắt AB tại F. Chứng minh O là trực tâm tam giác AIK và  $CK \cdot CB = CF \cdot CD$ .

**Câu 5.** Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). Gọi E là giao điểm của AB, CD. F là giao điểm của AC và BD. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác FDC tại điểm K khác D. Tiếp tuyến của (O) tại B, C cắt nhau tại M.

- Chứng minh tứ giác BKCM nội tiếp.
- Chứng minh E, M, F thẳng hàng.

**Câu 6.** Cho đường tròn (O,R), điểm M cố định nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn. Qua M kẻ cát tuyến MCD bất kì không đi qua O, (C nằm giữa M và D). Gọi K là trung điểm của CD.

- a) Chứng minh  $MC.MD$  không phụ thuộc vào vị trí của cát tuyến  $MCD$ .
- b) Gọi  $E$  là giao điểm của tia  $BK$  với đường tròn  $(O)$ . Chứng minh  $AE$  song song với  $MK$ .
- c) Tìm vị trí của cát tuyến  $MCD$  để diện tích tam giác  $MDE$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 7.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $BC$ ,  $A$  là điểm bất kì trên nửa đường tròn sao cho  $AB > AC$ ;  $A$  khác  $C$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $AB, AC$ .

- a) Chứng minh  $AB \cdot AM = AC \cdot AN$  và tứ giác  $BCNM$  là tứ giác nội tiếp.
- b) Đường thẳng  $MN$  cắt nửa đường tròn  $(O; R)$  tại các điểm  $E, F$  ( $E$  thuộc cung  $AB$  nhỏ), cắt đoạn thẳng  $AO$  tại  $D$ . Chứng minh  $OA \perp MN$  và  $\triangle AEH$  cân.
- c) Đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $BC$  tại  $I$ ,  $IA$  cắt nửa đường tròn  $(O; R)$  tại điểm thứ hai là  $K$  ( $K$  khác  $A$ ),  $KN$  cắt  $BC$  tại  $Q$ . Chứng minh  $QH^2 = QC.QI$ .

Thầy Trần Ngọc Hà