TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: ....Ngày học: ....

Câu 3. Tìm tất cả các số tự nhiên a để a + 1, $4a^2+8a+5$ và $6a^2+12a+7$ đồng thời là các số nguyên tố.

Hd:

Vì a + 1 là số nguyên tố, đặt $a+1=p$. $\Rightarrow 4a^2+8a+5=4(a+1)^2+1=4p^2+1$ và $6a^2+12a+7=6(a+1)^2+1=6p^2+1$
Do p là số nguyên tố nên $4p^2+1>5$ và $6p^2+1>5$ Ta có $4p^2+1=5p^2-(p-1)(p+1)$ và $6p^2+1=5p^2+5+(p+2)(p-2)$ Nếu p chia 5 dư 1 hoặc 4 thì $(p-1)(p+1)\ \vdots\ 5$ $\Rightarrow 4p^2+1$ không là số nguyên tố (loại)
Nếu p chia cho 5 dư 2 hoặc 3 thì $(p-2)(p+2)\ \vdots\ 5$ $\Rightarrow 6p^2+1$ không là số nguyên tố (.loại) Vậy để $4p^2+1$ và $6p^2+1$ là số nguyên tố thì $p\ \vdots\ 5$ Mà p là số nguyên tố nên $p=5\ \Rightarrow a=4$
Thử lại với a = 4 thì a + 1 = 5 nguyên tố; $4a^2 + 8a + 5 = 101$ nguyên tố; $6a^2 + 12a + 7 = 151$ nguyên tố. Vậy a = 4 là giá trị cần tìm.

Câu 6. Chứng minh rằng: Mọi ước nguyên tố của $1994!-1$ đều lớn hơn 1994

HD:

Gọi p là ước nguyên tố của $1994!-1$

Giả sử $p\le 1994$ => $1994!\ \vdots\ p$ mà $1994!-1\ \vdots\ p$ => $1\ \vdots\ p$ (vô lý)

⇨ $p\ge 1994$ (đpcm)

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm tất cả các số nguyên tố x,y thỏa mãn $x^2-2y^2=1$

HD:

Đáp án:

Giải sử x, y là các số nguyên tố thỏa mãn $x^2-2y^2=1$. Khi đó $x^2=2y^2+1$ => x là số lẻ.

Đặt x =2n+1 (n là số tự nhiên dương). Ta có:

$$(2n+1)^2=2y^2+1 \Rightarrow 4n^2+4n+1=2y^2+1 \Rightarrow y^2=2(n^2+n)\ \vdots\ 2 \Rightarrow y\ \vdots\ 2.$$

Mà y là số nguyên tố => y=2

Với y = 2 ta có x=3.

Thử lại: Thoả mãn

Vậy x=3 và y=2 là cặp số cần tìm.

Câu 3. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1 thì $A = n^{2024} + n^{2023} + n^4 - n + 1$ không phải là số nguyên tố.

HD:

Ta có $A = n^{2024} + n^{2023} + n^4 - n + 1 = \left(n^{2024} - n^2\right) + \left(n^{2023} - n\right) + \left(n^4 + n^2 + 1\right)$

$= n^2\left(n^{2022} - 1\right) + n\left(n^{2022} - 1\right) + \left(n^4 + n^2 + 1\right) = \left(n^2 + n\right)\left(n^{2022} - 1\right) + \left(n^4 + n^2 + 1\right)$

Ta có $\left(n^2 + n\right)\left(n^{2022} - 1\right) = \left(n^2 + n\right)\left[\left(n^3\right)^{674} - 1\right]$

$= \left(n^2 + n\right)\left(n^3 - 1\right).B = \left(n^2 + n\right)\left(n - 1\right)\left(n^2 + n + 1\right).B$ chia hết cho $n^2 + n + 1$

Lại có $n^4 + n^2 + 1 = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 = \left(n^2 + 1\right)^2 - n^2$

$= \left(n^2 + n + 1\right)\left(n^2 - n + 1\right)$ chia hết cho $n^2 + n + 1$

Vậy $A = n^{2024} + n^{2023} + n^4 - n + 1$ chia hết cho $n^2 + n + 1$ với mọi số tự nhiên n lớn hơn 1 nên A không phải là số nguyên tố.