

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 - LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
BẤT ĐẲNG THỨC CÔ-SI (AM-GM) (PHẦN 2)**
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

Bài 1. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{xy + yz + xz} + \frac{2}{x^2 + y^2 + z^2} > 14$$

Bài 2. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$$

Bài 3. Chứng minh với mọi số dương a, b, c, d ta luôn có:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3}{c^2+d^2} + \frac{d^3}{d^2+a^2} \geq \frac{a+b+c+d}{2}$$

Bài 4. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{b^2+1} + \frac{b+1}{c^2+1} + \frac{c+1}{a^2+1} \geq 3$$

Bài 5. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$ab^2 + bc^2 + ca^2 \leq 4$$

Bài 6. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b^3+16} + \frac{b}{c^3+16} + \frac{c}{a^3+16} \geq \frac{1}{6}$$

Bài 7. Cho x, y là hai số thực khác 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 3$$

Bài 8. Cho $x, y, z > 2$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$. Chứng minh rằng:

$$(x-2)(y-2)(z-2) \leq 1$$

Bài 9. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $ab + bc + ca + abc = 4$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \leq 3$$

Bài 10. Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{8abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \geq 4$$

BTVN: Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{a}{1+2b^3} + \frac{b}{1+2c^3} + \frac{c}{1+2a^3} \geq 1$$

Giáo viên: Thầy Lê Tiến Đạt

VINASTUDY.VN

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 - LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến : 0932393956

Bài 1. Cho hình thang ABCD vuông tại A và D. Biết $CD=2AB=2AD$ và $BC = a\sqrt{2}$.

a) Tính diện tích hình thang ABCD theo a.

b) Gọi I là trung điểm của BC, H là chân đường vuông góc kẻ từ D xuống AC. Chứng minh $\widehat{HDI} = 45^\circ$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Độ dài các đường phân giác trong của tam giác kẻ

từ các đỉnh A, B, C lần lượt là l_a, l_b, l_c . Chứng minh rằng: $\frac{1}{l_a} + \frac{1}{l_b} + \frac{1}{l_c} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Bài 3. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 120^\circ$, các đường phân giác BD, AE, CF.

a) Chứng minh rằng: $\frac{1}{BD} = \frac{1}{BA} + \frac{1}{BC}$.

b) Tính EDF.

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BO và AO. Lấy điểm F di chuyển trên cạnh AB sao cho FM cắt cạnh AB tại E và FN cắt cạnh AD tại K. Qua A và C vẽ các đường thẳng song song với EF cắt BD lần lượt tại I và N.

a) Chứng minh: $BI = DL$

b) Chứng minh rằng: $\frac{BA}{BF} + \frac{BC}{BE} = 4$

c) Xác định vị trí của điểm F trên cạnh AB sao cho $BE + AK$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. Cho tứ giác ABCD có $B = D = 90^\circ$ và $AB > AD$, lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $AM = AD$.

Đường thẳng DM cắt BC tại N. Gọi H là hình chiếu của D trên AC, K là hình chiếu của C trên AN.

Chứng minh rằng:

1) Chứng minh rằng: $AM^2 = AH \cdot AC$;

2) Chứng minh rằng $\widehat{AHM} = \widehat{AMC}$ và tam giác CDN là tam giác cân;

3) Chứng minh rằng: $\widehat{MHN} = \widehat{MCK}$.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) gọi AD là tia phân giác của góc BAC. Gọi M và N lần

lượt là hình chiếu của D trên AB và AC; E là giao điểm của BN và DM, F là giao điểm của CM và DN.

a) Chứng minh tứ giác AMDN là hình vuông và $EF // BC$.

b) Gọi H là giao điểm của BN và CM. Chứng minh $\triangle ANB$ đồng dạng với $\triangle NFA$ và H là trực tâm $\triangle AEF$

c) Gọi P là điểm trên AN, Q là điểm trên AM sao cho $AP = MQ$. Tìm vị trí của P và Q để diện tích tứ giác MQPN đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

a) Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $AB = a$

b) Gọi M là trung điểm của đoạn BE . Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của AHM

c) Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$

Bài tập về nhà

Bài 8. Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh BC lấy N ($0 < NC < NB$), đường thẳng vuông góc với ON tại O cắt AB tại M. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE.

a) Chứng minh $\triangle MON$ vuông cân.

b) Chứng minh $MN \parallel BE$.

c) Gọi H là giao điểm của KC và BD. Chứng minh: $\frac{OB \cdot NC}{OH \cdot NB} + \frac{CH}{KH} = 1$.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt