

TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 8
TỈ LỆ THỨC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên: Ngày học:

Câu 1. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

b) $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}$

c) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$

Câu 2: Tìm các số x, y, z biết

a. $\frac{x+50}{x+68} = \frac{x-15}{x-10}$

b. $\frac{18x-27y}{100} = \frac{27y-24z}{101} = \frac{24z-18x}{102}, x+y+z=116$

Câu 3. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, chứng minh rằng: $\frac{5a^5+c^5}{5b^5+d^5} = \frac{(a+c)^5}{(b+d)^5}$ với $b+d \neq 0$

Câu 4. Chứng minh rằng nếu $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ ($c+d \neq 0$) thì $\begin{cases} a=c \\ a+b+c+d=0 \end{cases}$

Câu 5. Cho $(x-y):(x+y):xy = 1:9:30$. Với $x, y \neq 0$ hãy tính xy ?

Câu 6. Cho các số $a, b, c, d \neq 0$ và thỏa mãn $b^2 = ac; c^2 = bd; b^3 + c^3 + d^3 \neq 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$$

Câu 7.

a) Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{7a^2+3ab}{11a^2-8b^2} = \frac{7c^2+3cd}{11c^2-8d^2}$

b) Với $b^2 = ac$ thì $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$

c) Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\frac{a}{b} = \frac{3a+2c}{3b+2d}$

Câu 8. Cho 4 số a_1, a_2, a_3, a_4 thỏa mãn: $a_2^2 = a_1 \cdot a_3, a_3^2 = a_2 \cdot a_4$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a_1^3 + a_2^3 + a_3^3}{a_2^3 + a_3^3 + a_4^3} = \frac{a_1}{a_4}$$

Câu 9. Chứng minh rằng: Nếu có a, b, c, d thỏa mãn:

$$[ab(ab - 2cd) + c^2d^2][ab(ab - 2) + 2(ab + 1)] = 0 \text{ thì chúng lập thành một tỉ lệ thức.}$$

Câu 10. Cho a, b dương thỏa mãn: $a^{2006} + b^{2006} = a^{2004} + b^{2004}$. Chứng minh $\frac{a^2 + b^2}{32} \leq \frac{1}{16}$

Câu 11. Chứng minh rằng nếu $x = \frac{a-b}{a+b}, y = \frac{b-c}{b+c}, z = \frac{c-a}{c+a}$ thì ta có:

$$(1+x)(1+y)(1+z) = (1-x)(1-y)(1-z)$$

Bài tập về nhà

Câu 1. Cho $(a+b):(b+c):(c+a) = 6:7:8; a+b+c = 42$. Hãy tìm c ?

Câu 2. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{ac}{bd}$

Câu 3. Cho tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$ (với điều kiện mẫu thức xác định)

Câu 4. Biết $a^2 + ab + \frac{b^2}{3} = 15; c^2 + \frac{b^2}{3} = 6$ và $a^2 + ac + c^2 = 9(a, c \neq 0; a \neq -c)$. Chứng minh rằng

$$\frac{2c}{a} = \frac{b+c}{a+c}$$

Thầy Nguyễn Văn Minh

BỒI DƯỠNG HSG LỚP 8
TAM GIÁC
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:Ngày học:

TAM GIÁC

Câu 1. Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm cạnh BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho MD = MA.

- Chứng minh $\Delta MAB = \Delta MDC$;
- Chứng minh $AB = CD$ và $AB \parallel CD$;
- Chứng minh $\Delta ABC = \Delta DCB$;
- Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 55^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B, vẽ tia Cx vuông góc với AC. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho $CD = AB$.

- Tính số đo $\angle ACB$;
- Chứng minh $\Delta ABC = \Delta CDA$ và $AD \parallel BC$;
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) và $CK \perp AD$ ($K \in AD$). Chứng minh $BH = DK$;
- Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\angle ACB = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$.

- Chứng minh $\Delta ABM = \Delta KBM$;
- Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM. Chứng minh tam giác MEC cân;

c) Chứng minh tam giác BEC đều;

d) Kẻ $AH \perp EM$ ($H \in EM$). Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N. Chứng minh $KN \perp AC$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Qua D vẽ đường vuông góc với BC cắt AC tại E. Đường phân giác ngoài đỉnh C cắt BE tại K. Kẻ KM, KH, KN vuông góc với BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABE = \triangle DBE$

b) $\triangle NAK = \triangle HAK$ từ đó suy ra độ lớn góc BAK

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trung tuyến $AM = AB$. Phân giác $\angle MAC$ cắt BC tại N. P thuộc BC sao cho $BP = AC$. Chứng minh rằng N là trung điểm MP.

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ có $\angle BAC < 90^\circ$. Ở khác phía điểm C so với đường thẳng AB, vẽ đoạn AM sao cho AM vuông góc với AB và $AM = AB$. Ở khác phía điểm B so với đường thẳng AC vẽ đoạn AN sao cho AN vuông góc với AC và $AN = AC$.

a) Chứng minh $\triangle AMC = \triangle ABN$.

b) Chứng minh BN vuông góc với CM.

c) Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$), I là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, I thẳng hàng.

Bài tập về nhà:

Câu 7. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao BH. Trên đáy BC lấy M, vẽ $MD \perp AB, ME \perp AC, MF \perp BH$

a) Chứng minh $ME = FH$

b) Chứng minh $\triangle DBM = \triangle FMB$

c) Chứng minh khi M chạy trên BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi

d) Trên tia đối của CA lấy K sao cho: $KC = EH$. Chứng minh rằng BC qua trung điểm của KD

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC. Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K. Chứng minh rằng :

- a) $BA = BH$
- b) Góc $DBK = 45^\circ$
- c) Cho $AB = 4$ cm, tính chu vi tam giác DEK

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Phân giác góc ACB cắt AB tại D. Lấy E thuộc cạnh BC sao cho $CE = CA$.

- a) Chứng minh $\triangle CDA = \triangle CDE$ và DE vuông góc với BC
- b) Vẽ đường thẳng d vuông góc với AC tại C. Qua A vẽ đường thẳng song song với CD cắt d tại M. Chứng minh $AM = CD$
- c) Qua B vẽ đường vuông góc với CD tại N cắt AC tại K. Chứng minh KE vuông góc với BC và K, D, E thẳng hàng.

Thầy Trần Tuấn Việt