

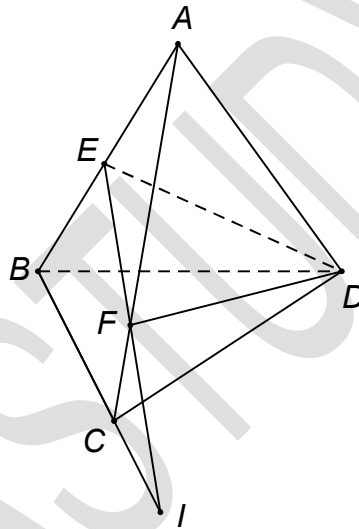
TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến : 0932393956

Câu 1. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD . Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I , thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) và (DEF) .
B. (BCD) và (ABC) .
C. (BCD) và (AEF) .
D. (BCD) và (ABD) .

Lời giải.

Chọn D



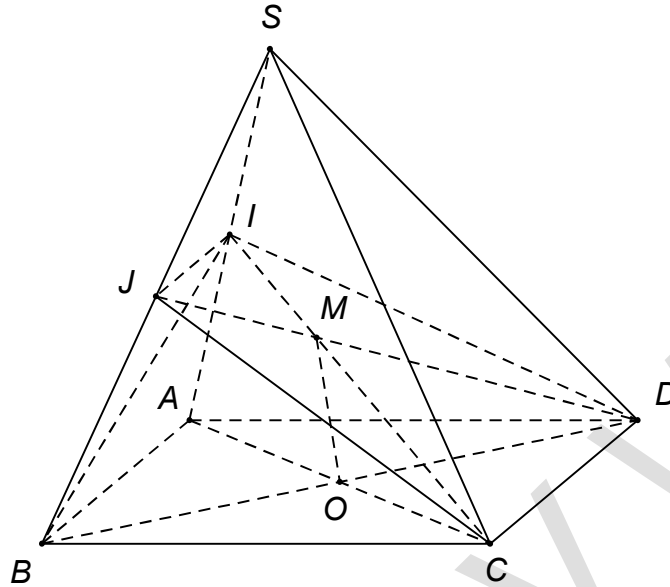
Điểm I là giao điểm của EF và BC mà
$$\begin{cases} EF \subset (DEF) \\ EF \subset (ABC) \\ EF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = (BCD) \cap (DEF) \\ I = (BCD) \cap (ABC) \\ I = (BCD) \cap (AEF) \end{cases}$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $IJCD$ là hình thang.
B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.
D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải

Chọn D.



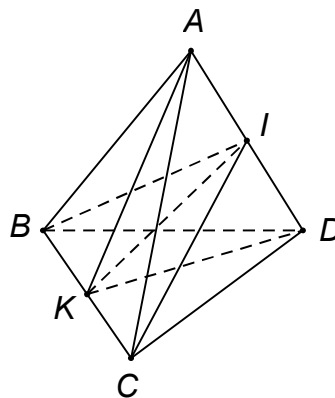
- Ta có IJ là đường trung bình của tam giác $SAB \Rightarrow IJ \parallel AB \parallel CD \Rightarrow IJ \parallel CD \Rightarrow IJCD$ là hình thang. Do đó A đúng.
- Ta có $\begin{cases} IB \subset (SAB) \\ IB \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (IBC) = IB$. Do đó B đúng.
- Ta có $\begin{cases} JD \subset (SBD) \\ JD \subset (JBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \cap (JBD) = JD$. Do đó C đúng.
- Trong mặt phẳng $(IJCD)$, gọi $M = IC \cap JD \Rightarrow (IAC) \cap (JBD) = MO$. Do đó D sai.

Câu 3. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là:

- A. IK . B. BC . C. AK . D. DK .

Lời giải.

Chọn A.



VINASTUDY – TRƯỜNG HỌC TOÁN TRỰC TUYẾN LIÊN CẤP
Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 3 đến lớp 12 qua hệ thống lớp học trực tuyến

Điểm K là trung điểm của BC suy ra $K \in (IBC) \Rightarrow IK \subset (IBC)$.

Điểm I là trung điểm của AD suy ra $I \in (KAD) \Rightarrow IK \subset (KAD)$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD) là IK .

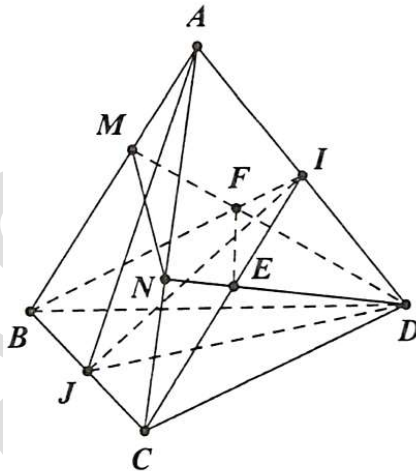
Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.		
b)	ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.		
c)	BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$;

$J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$. Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

b) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.

c) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.

d) Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC). (1)$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC).$$

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.

Khi đó EF cắt IJ

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong ΔBCD . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$MN = (MNP) \cap (ABC)$		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

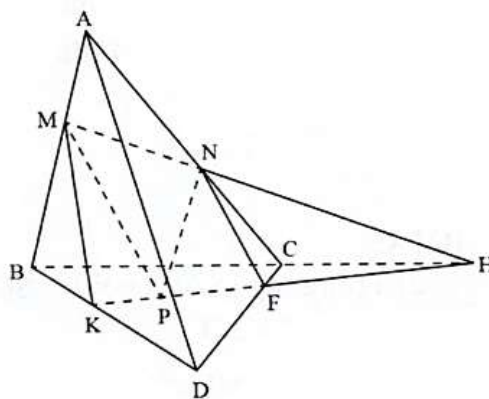
a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b) Trong (ABC) gọi $H = MN \cap BC$.

Ta có:
$$\begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (BCD) (1)$$

Lại có:
$$\begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD) (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $HP = (MNP) \cap (BCD)$



c) Trong (BCD) gọi $K = HP \cap BD$

Ta có:
$$\begin{cases} K \in BD \subset (ABD) \\ K \in HP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K \in (MNP) \cap (ABD) (1)$$

Lại có:
$$\begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (ABD) (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $MK \in (MNP) \cap (ABD)$.

d) Trong (BCD) gọi $F = HK \cap DC$.

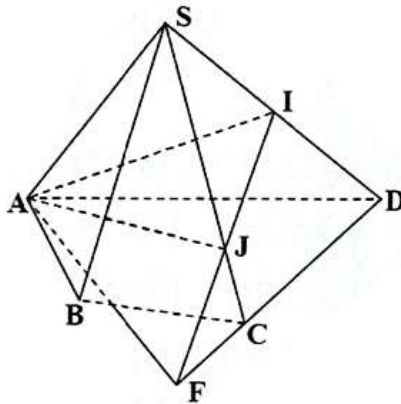
Trình bày tương tự như hai câu trên ta được $NF = (MNP) \cap (ACD)$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC , gọi $F = IJ \cap CD$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Đáp án:.....

Lời giải

Trả lời: AF



Trong $(ABCD)$ gọi $F = IJ \cap CD$.

Ta có: $\begin{cases} F \in IJ \subset (AIJ) \\ F \in CD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow F \in (AIJ) \cap (ABCD)$

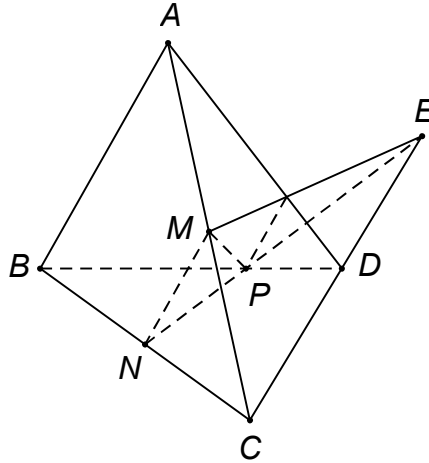
Mà $A \in (AIJ) \cap (ABCD)$

$\Rightarrow AF = (ACD) \cap (AEF)$

Câu 7. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. CD và AP .

Lời giải.



Cách 1. Xét mặt phẳng BCD chứa CD .

Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E .

Điểm $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E . **Chọn A.**

Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng.

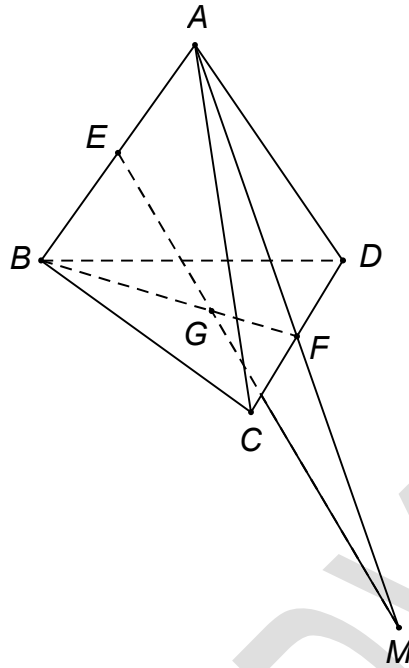
Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và $mp(MNP)$ là giao điểm E của NP và CD .

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. điểm F .
- B. giao điểm của đường thẳng EG và AF .
- C. giao điểm của đường thẳng EG và AC .
- D. giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Lời giải.



Vì G là trọng tâm tam giác BCD , F là trung điểm của $CD \Rightarrow G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của $AB \Rightarrow E \in (ABF)$.

Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và $mp(ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$. **Chọn B.**

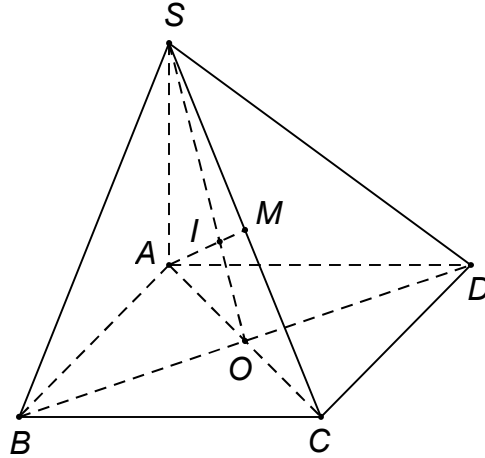
Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD)

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$SC = (SAC) \cap (SBD)$		
b)	Giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD) là giao điểm của hai đường thẳng AM và SO .		
c)	Giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác SAC .		
d)	$AI = \frac{2}{3}IM$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



Có O là tâm hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm của AC .

Nói AM cắt SO tại I mà $SO \subset (SBD)$ suy ra $I = AM \cap (SBD)$.

Tam giác SAC có M, O lần lượt là trung điểm của SC, AC .

Mà $I = AM \cap SO$ suy ra I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AM$.

Câu 9. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$		
b)	DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD), (ADC)$		
c)	Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E		
d)	Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của $(BCD), (ADC)$ đường thẳng AD với đường thẳng MP		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

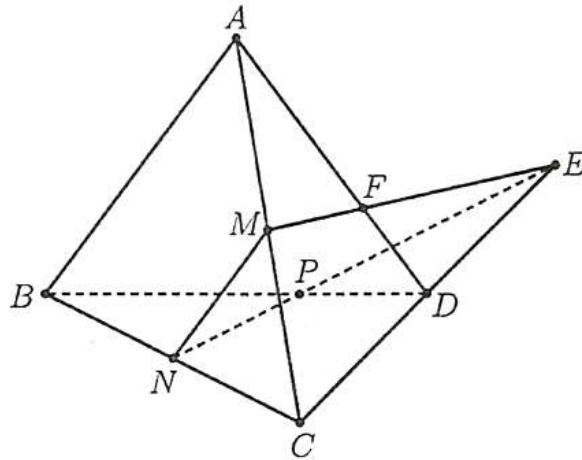
a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABC)$

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng

c) Tìm giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP) :

Trong mặt phẳng (BCD) , vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi $E = CD \cap NP$.

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$



d) Tìm giao điểm của AD và (MNP) :

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD . Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP) .

$$\text{Vì } M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP). (1)$$

$$\text{Theo câu a), ta có } \begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP). (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $ME = (ACD) \cap (MNP)$.

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $F = AD \cap ME$.

$$\text{Vì } \begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP).$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC , N là một điểm trên cạnh BC .

Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .		
b)	Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO .		
c)	KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM .		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) :

Để thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

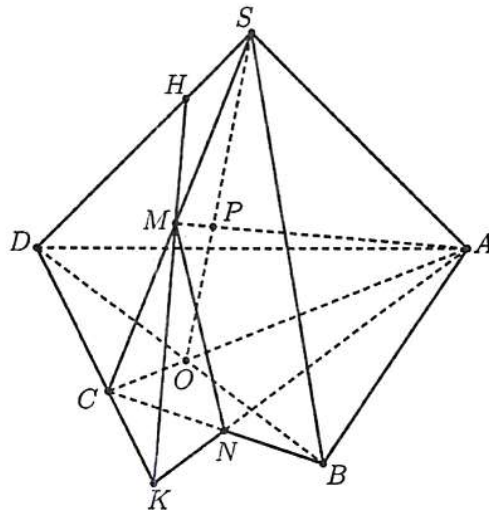
$$\text{Vi } \begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Vậy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) Tìm giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) :

Trong mặt phẳng (SAC) , gọi $P = AM \cap SO$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} P \in AM \\ P \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBD).$$



c) Xét mặt phẳng phụ (SCD) chứa SD . Ta tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = AN \cap CD$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} K \in AN, AN \subset (AMN) \\ K \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (AMN) \cap (SCD).$$

Mặt khác: $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \Rightarrow M \in (SCD) \cap (AMN)$.

Vậy $KM = (SCD) \cap (AMN)$.

d) Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $H = KM \cap SD$.

Ta có: $\begin{cases} H \in SD \\ H \in KM, KM \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SD \cap (AMN).$

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB , J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$, gọi $E = IJ \cap BD$. Tìm giao điểm của đường thẳng IJ và $mp(BCD)$.

Đáp án:.....

Lời giải

Trả lời: E

Trong mặt phẳng (ABD) , gọi $E = IJ \cap BD$

Ta có: $\begin{cases} E \in IJ \\ E \in BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow E = IJ \cap (BCD)$

