

TÀI LIỆU TOÁN NÂNG CAO LỚP 11  
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ  
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

ĐẠI SỐ

Câu 17. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}}$$

$$b) B = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8}$$

HD:

a) Áp dụng công thức  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ ;  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ ;

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{10}\right)}{\cos\left(\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{5}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1.$$

b) Áp dụng công thức:  $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ;

$$B = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{32}\right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{16}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{8} \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{16}.$$

HÌNH HỌC

Câu 1. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC.

Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho  $BP = 2PD$ . Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP)

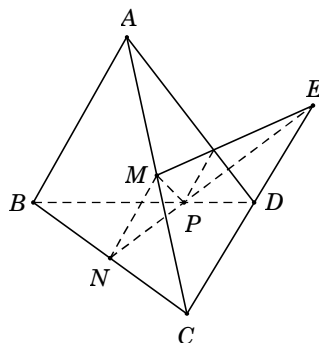
là giao điểm của

A. CD và NP.

B. CD và MN.

C. CD và MP.

D. CD và AP.



**VINASTUDY – TRƯỜNG HỌC TOÁN TRỰC TUYẾN LIÊN CẤP**  
**Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 3 đến lớp 12 qua hệ thống lớp học trực tuyến**

HD:

**Cách 1.** Xét mặt phẳng BCD chứa CD.

Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E.

Điểm  $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$ . Vậy  $CD \cap (MNP)$  tại E. **Chọn A.**

**Cách 2.** Ta có  $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$  suy ra NP, CD đồng phẳng.

Gọi E là giao điểm của NP và CD mà  $NP \subset (MNP)$  suy ra  $CD \cap (MNP) = E$ .

Vậy giao điểm của CD và mp(MNP) là giao điểm E của NP và CD.

**Câu 2.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC.

Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho  $BP = 2PD$ ,  $E = CD \cap NP$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP), (ABC)		
b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD), (ADC)		
c) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E		
d) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của (BCD), (ADC) đường thẳng AD với đường thẳng MP		

HD:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

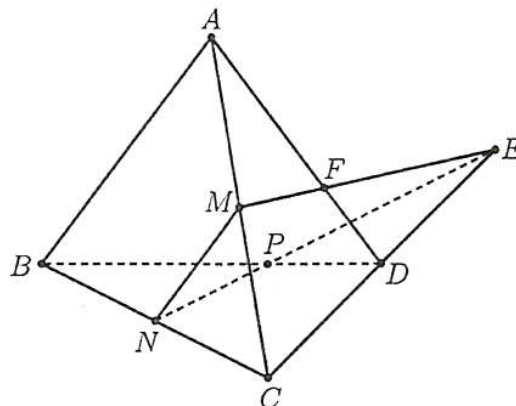
a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP), (ABC)

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng.

c) Tìm giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP):

Trong mặt phẳng (BCD), vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi  $E = CD \cap NP$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$



d) Tìm giao điểm của AD và (MNP) :

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD. Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP).

Vì  $M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP)$ . (1)

Theo câu a), ta có  $\begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP)$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $ME = (ACD) \cap (MNP)$ .

Trong mặt phẳng (ACD), gọi  $F = AD \cap ME$ .

Vì  $\begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP)$ .

**Câu 3.** Cho tứ giác ABCD có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng (ABCD). Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Điền đáp án vào chỗ trống sau:

Đề tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM), chúng ta làm các bước sau:

**Bước 1.** Chọn mặt phẳng (SBD) chứa SD.

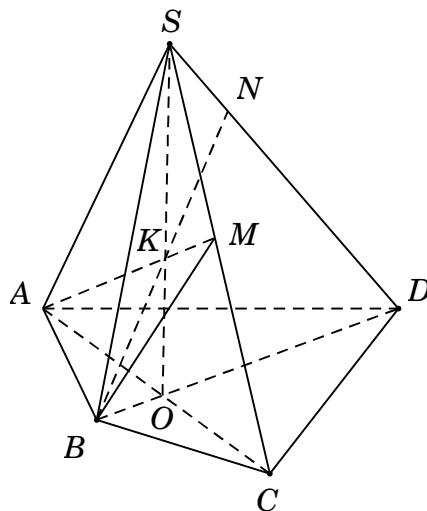
**Bước 2.** Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM).

Gọi  $K = AM \cap SO$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM) là .....

**Đáp án:**.....

**Bước 3.** Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N với N là giao điểm của hai đường thẳng .....

**Đáp án:**.....



**HD:**

- Chọn mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM).

Ta có B là điểm chung thứ nhất của (SBD) và (ABM).

Trong mặt phẳng (ABCD), gọi  $O = AC \cap BD$ . Trong mặt phẳng (SAC), gọi  $K = AM \cap SO$ .

Ta có:

- ABCD mà 2a suy ra M.
- N mà AC suy ra BC.

Suy ra P là điểm chung thứ hai của BCD và (MNP).

Do đó  $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$ .

- Trong mặt phẳng  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ , gọi  $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$ . Ta có:

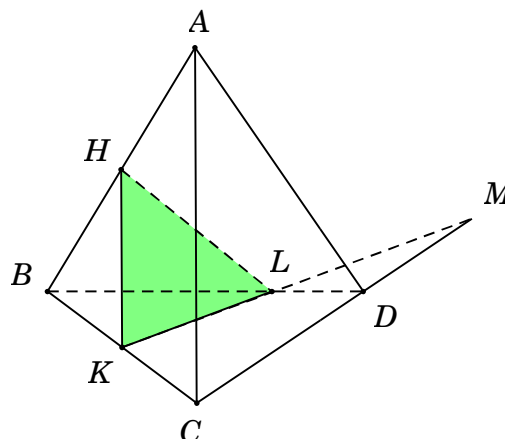
- $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$  mà BCD suy ra P.

- N.

Vậy BC.

**Câu 4.** Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC. Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD. Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là:

- A. Tứ giác HKMN với  $N \in AD$ .
- B. Hình thang HKMN với  $N \in AD$  và  $HK \parallel MN$ .
- C. Tam giác HKL với  $L = KM \cap BD$ .
- D. Tam giác HKL với  $L = HM \cap AD$ .



**HD: Chọn C**

Ta có HK, KM là đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD).

Trong mặt phẳng (BCD), do KM không song song với BD nên gọi  $L = KM \cap BD$ .

Vậy thiết diện là tam giác HKL.

**Câu 5.** Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC.

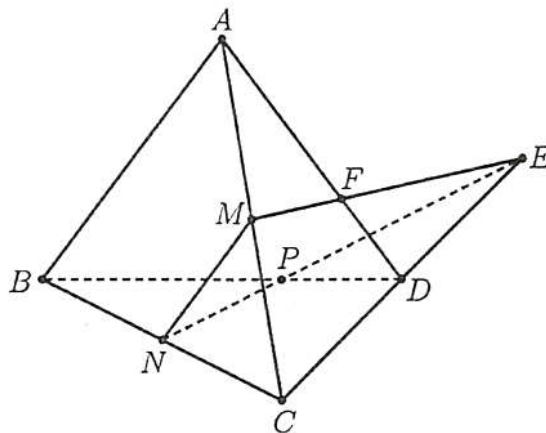
Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho  $BP = 2PD$ ,  $E = CD \cap NP$ . Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E với $E = CD \cap NP$ .		
b) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP		
c) Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với mặt phẳng (ABD) là MP		
d. Thiết diện của mặt phẳng (MNP) với hình chóp là hình tứ giác		

**HD:**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Tìm giao điểm của CD và mặt phẳng (MNP):

Trong mặt phẳng (BCD), vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi  $E = CD \cap NP$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP).$$

b) Tìm giao điểm của AD và (MNP) :

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD. Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP).

Vì  $M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP)$ . (1)

Theo câu a), ta có 
$$\begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP)$$
. (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $ME = (ACD) \cap (MNP)$ .

Trong mặt phẳng (ACD), gọi  $F = AD \cap ME$ .

Vì 
$$\begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F \in AD \cap (MNP)$$
.

c)  $(MNP) \cap (ABD) = FP$ .

d) Thiết diện của mặt phẳng (MNP) với hình chóp là tứ giác MNPF.