

**TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7**  
**ÔN TẬP ƯỚC VÀ BỘI**  
**Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956**

-----  
**Câu 1.** Tìm  $n$  nguyên để các biểu thức sau là số nguyên (với các mẫu số khác 0).

a)  $A = \frac{128}{4n+3}$

b)  $C = \frac{2n-1}{3n-2}$

c)  $D = \frac{n}{n^2-1}$

**Câu 2.** Tìm các số tự nhiên  $x$  và  $y$ :

a)  $x+6 = y(x-1)$

b)  $x-3 = y(x+2)$ .

**Câu 3.** Chứng tỏ rằng một số có ba chữ số mà chữ số hàng chục, hàng đơn vị bằng nhau và tổng ba chữ số của số đó chia hết cho 7 thì số đó chia hết cho 7.

**Câu 4.** Viết số 608 thành tổng của các số tự nhiên liên tiếp.

**Câu 5.** Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp  $n$  lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với  $n$  (là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

**Câu 6.** Một học sinh viết các số tự nhiên từ 1 đến  $\overline{abc}$ . Bạn đó phải viết tất cả  $m$  chữ số. Biết rằng  $m$  chia hết cho  $\overline{abc}$ , tìm  $\overline{abc}$ .

**Câu 7.** Tìm ƯCLN(2835;58005) bằng thuật toán Euclide, từ đó tìm BCNN.

**Câu 8.** Cho  $A = \underbrace{11\dots11}_{2018 \text{ c/s } 1}$  và  $B = \underbrace{11\dots11}_{8 \text{ c/s } 1}$ . Tìm ƯCLN(A;B).

**Câu 9.** Cho  $X$  gồm 2002 chữ số 9,  $Y$  gồm 9 chữ số 9. Tìm ƯCLN của  $X$  và  $Y$ .

**Câu 10.** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 12 dư 11, chia 18 dư 17, chia 23 dư 9.

**Câu 11.** Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng khi chia 220, 250, 295 cho  $n$  được các số dư lần lượt là 28, 10, 7.

**Câu 12.** Một trường học có số học sinh khi xếp hàng 13, hàng 17 thì lần lượt dư ra 4 và 9 học sinh. Nếu xếp hàng 5 thì vừa đủ. Tính số học sinh của trường biết rằng số học sinh vào khoảng 2500 đến 3000 bạn.

**Câu 13.** Tìm  $a, b$  biết  $a-b=7$  và  $[a;b]=140$ .

**Câu 14.** Tìm  $a, b$  biết  $a+b=42, [a;b]=72$ .

**Câu 15.** Tìm hai số tự nhiên  $a, b$  biết rằng  $2a-3b=100$  và  $15[a;b]+8(a;b)=1990$ .

**Câu 16.** Biết  $\overline{abc}$  là bội chung của  $\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{ac}$ ,  $b > 0$ . Chứng minh:

a)  $\overline{abc}$  là bội của  $\overline{bc}$ .

b)  $\overline{abc}$  là bội của 11.

**VINASTUDY – TRƯỜNG HỌC TOÁN TRỰC TUYẾN LIÊN CẤP**  
**Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 3 đến lớp 12 qua hệ thống lớp học trực tuyến**

---

**Câu 17.** Cho  $a, b$  là các số tự nhiên khác 0 sao cho  $\frac{a+1}{b}$  và  $\frac{b+1}{a}$  đều là các số tự nhiên. Gọi  $d$  là ước chung lớn nhất của  $a$  và  $b$ . Chứng minh rằng  $a+b \geq d^2$ .

**Câu 18.**

- a. Cho hai số nguyên dương  $a, b$ , biết rằng  $(a, b) = 1$  và khác tính chẵn lẻ. Chứng minh  $(a^m + b^n, a^m - b^n) = 1$  với  $\forall m, n \in \mathbb{N}^*$  và  $a^m > b^n$ .
- b. Chứng minh  $2019^{2016} + 2012^{2014}$  và  $2019^{2016} - 2012^{2014}$  nguyên tố cùng nhau.

**BTVN:**

**Câu 1.** Tìm số tự nhiên  $n$  để  $5n + 3 \mid 3n + 1$

**Câu 2.** Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

**Câu 3.** Hãy viết số 108 dưới dạng tổng các số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 0.

**Câu 4.** Tìm số tự nhiên  $a$  biết rằng  $400 < a < 500$ ,  $a$  chia 12 dư 7, chia 15 dư 13 và chia 24 dư 7.

**Câu 5.** Tìm hai số tự nhiên có tích bằng 432 và ƯCLN bằng 6.

**Câu 6.** Tìm hai số nguyên dương  $a, b$  biết  $[a; b] = 240$  và  $(a; b) = 16$ .

**Câu 7.** Tìm hai số biết tổng của chúng là 162 và ước chung lớn nhất bằng 18.

**Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt**

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7  
BẤT ĐẲNG THỨC

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Câu 1. Cho  $M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100}-1}$ . Chứng minh rằng:  $50 < M < 100$ .

Câu 2. So sánh  $A = \frac{2059}{1} + \frac{2058}{2} + \dots + \frac{2}{2058} + \frac{1}{2059}$  với 10000

Câu 3. Cho  $a, b, c, d > 0$ . Chứng minh:

$A = \frac{a+b}{a+b+c} + \frac{b+c}{b+c+d} + \frac{c+d}{c+d+a} + \frac{d+a}{d+a+b}$  không là số nguyên.

Câu 4. Cho  $0 < a < b < c < 1$  và  $a + b > c$ .

a) Chứng minh  $a + b < ab + 1$ .

b) Chứng minh  $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} < 2$ .

Câu 5. Cho  $0 < a, b, c < 1$ . Chứng minh  $(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > 1-a-b-c-d$

Câu 6. Với mọi số tự nhiên  $n > 1$  chứng minh rằng:

$\frac{1}{2} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} < \frac{3}{4}$

Câu 7. Cho hai phân số tối giản  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  ( $a, b, c, d > 0$ ).

Chứng minh tồn tại vô hạn phân số ở giữa hai phân số này ( thứ tự trên trục số).

Câu 8. Cho  $a; b; c; d$  là các số nguyên dương thỏa mãn :  $a+b = c+d = 1000$  tìm giá trị lớn nhất của  $\frac{a}{c} + \frac{b}{d}$

Câu 9. Giả sử có 2023 số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$  thỏa mãn  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = 11$ .

Chứng minh trong các số đã cho có ít nhất hai số bằng nhau.

Giáo viên: Thầy Nguyễn Văn Minh