

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

BTVN: Cho các số nguyên x, y, z thỏa mãn: $\frac{x^2 - 1}{2} = \frac{y^2 - 1}{3} = z$

Chứng minh rằng z chia hết cho 40.

HD:

Từ giả thiết, ta có: $2z + 1 = x^2$ và $3z + 1 = y^2$.

Chứng minh z chia hết cho 5.

Ta có: $5z + 2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 \equiv 2 \pmod{5}$

Mặt khác, do $x^2, y^2 \equiv -1, 0, 1 \pmod{5}$ nên $x^2 + y^2 \equiv 2 \pmod{5}$ khi và chỉ khi

$$x^2 \equiv 1 \pmod{5}, y^2 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\Rightarrow y^2 - x^2 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow (3z + 1) - (2z + 1) \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow z \equiv 0 \pmod{5}$$

Chứng minh z chia hết cho 8.

Ta thấy $2z + 1 = x^2$ nên x là số lẻ $\Rightarrow x^2 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 2z \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow z \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow 3z + 1$ lẻ
 $\Rightarrow y$ lẻ. Vì x, y là các số lẻ nên:

$$x^2 \equiv 1 \pmod{8}, y^2 \equiv 1 \pmod{8} \Rightarrow y^2 - x^2 \equiv 0 \pmod{8} \Rightarrow$$

$$(3z + 1) - (2z + 1) \equiv 0 \pmod{8} \Rightarrow z \equiv 0 \pmod{8}$$

Vậy ta có z chia hết cho 5 và 8 mà $(5, 8) = 1 \Rightarrow z : 40$.