

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 7  
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ  
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

CA 1

**Câu 1.** Tìm số tự nhiên  $n$  để phân số  $\frac{n+3}{2n-2}$  có giá trị nguyên.

HD:

Điều kiện:  $n \in \mathbb{N}$

**Cách 1:**

Để phân số  $\frac{n+3}{2n-2}$  có giá trị nguyên thì

$$(n+3):(2n-2) \Rightarrow (n+3):[2(n-1)] \Rightarrow (n+3):(n-1) \Rightarrow [(n-1)+4]:(n-1) \Rightarrow 4:(n-1)$$

Suy ra  $n-1$  là ước của 4.

$U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$  mặt khác  $n$  là số tự nhiên nên  $n-1 \geq -1$  nên  $n-1 \in \{-1; 1; 2; 4\}$

Ta có bảng sau:

$n-1$	-1	1	2	4
$n$	0	2	3	5
$\frac{n+3}{2n-2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{8} = 1$
	Loại	Loại		

Vậy  $n = 5$  thì phân số  $\frac{n+3}{2n-2}$  có giá trị nguyên.

**Cách 2:**

Để phân số  $\frac{n+3}{2n-2}$  có giá trị nguyên thì

$$(n+3):(2n-2) \Rightarrow 2(n+3):2n-2 \Rightarrow (2n+6):(2n-2) \Rightarrow (2n-2+8):(2n-2) \Rightarrow 8:(2n-2) \\ \Rightarrow 4:(n-1).$$

Suy ra  $n-1$  là ước của 4

$U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$  mặt khác  $n$  là số tự nhiên nên  $n-1 \geq -1$  nên  $n-1 \in \{-1; 1; 2; 4\}$

**VINASTUDY – TRƯỜNG HỌC TOÁN TRỰC TUYẾN LIÊN CẤP**  
**Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 3 đến lớp 12 qua hệ thống lớp học trực tuyến**

Ta có bảng sau:

$n-1$	-1	1	2	4
$n$	0	2	3	5
$\frac{n+3}{2n-2}$	$-\frac{3}{2}$ (loại)	$\frac{5}{2}$ (loại)	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{8}=1$

Vậy  $n=5$  thì phân số  $\frac{n+3}{2n-2}$  có giá trị nguyên.

**Câu 2.** Tìm số nguyên  $n$  sao cho:

b)  $\frac{3n+2}{4n-5}$  là số tự nhiên.

HD:

a) Điều kiện:  $n \in \mathbb{Z}$

Để phân số  $\frac{3n+2}{4n-5}$  là số tự nhiên thì

$$(3n+2) : (4n-5) \Rightarrow 4(3n+2) : (4n-5) \Rightarrow (12n+8) : (4n-5) \text{ hay } (12n-15+23) : (4n-5).$$

$$\Rightarrow [3(4n-5)+23] : (4n-5)$$

Mà  $3(4n-5) : (4n-5)$  nên  $23 : (4n-5) \Rightarrow 4n-5 \in U(23)$ .

$$U(23) = \{\pm 1; \pm 23\}.$$

Ta có bảng sau:

$4n-5$	1	-1	23	-23
$n$	$\frac{3}{2}$ (loại vì $n \in \mathbb{Z}$ )	1	7	$-\frac{9}{2}$ (loại vì $n \in \mathbb{Z}$ )
A		-5 (loại)	1	0

Vậy  $n=7$  thì  $\frac{3n+2}{4n-5}$  là số tự nhiên.

**Câu 8:** Cho biểu thức  $A = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{99^2}$

Chứng minh rằng A không phải là số tự nhiên.

*(Trích đề HKII Toán 6 Phòng GD&ĐT Bắc Từ Liêm 2023-2024)*

HD:

Có

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{1.3}; \frac{1}{5^2} < \frac{1}{3.5}; \frac{1}{7^2} < \frac{1}{5.7}; \dots; \frac{1}{99^2} < \frac{1}{97.99}$$

$$\Rightarrow A < 1 + \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{97.99}$$

$$A < 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{97.99} \right)$$

$$A < 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right)$$

$$A < 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{99} \right)$$

$$A < \frac{3}{2} - \frac{1}{198} < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow A < \frac{3}{2}$$

$$\text{Có } \frac{1}{3^2} > 0; \frac{1}{5^2} > 0; \frac{1}{7^2} > 0; \dots; \frac{1}{99^2} > 0 \Rightarrow A > 1$$

Vậy  $1 < A < \frac{3}{2}$  nên A không phải là số tự nhiên.

**Câu 9:** Cho  $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2024^2}$ .

Chứng minh rằng S không phải là số tự nhiên.

*(Trích đề HKII Toán 6 Phòng GD&ĐT Tây Hồ 2023-2024)*

HD:

$$\frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

....

$$\frac{1}{2024^2} < \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}$$

Chỉ ra được  $0 < S < \frac{2023}{2024} \Leftrightarrow 0 < S < 1$  nên S không phải là số tự nhiên.

VINASTUDY.VN