TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học: 0832.64.64.64

Họ và tên:..... Ngày học:.....

Câu 12. Tính tổng sau

a) $A=1^2+3^2+5^2+...+99^2$

HD:

Ta có:

$A=\left(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+...+99^2+100^2\right)-\left(2^2+4^2+6^2+...+100^2\right)$

Đặt $C=\left(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+...+99^2+100^2\right)$, $D=\left(2^2+4^2+6^2+...+100^2\right)$

Tính C, ta có:

$C=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+...+99^2+100^2$

$C=1.1+2.2.+3.3+4.4+5.5+...+99.99+100.100$

$C=1.(2-1)+2.(3-1)+3.(4-3)+4.(5-4)+5.(6-5)+...+99.(100-1)+100.(101-1)$

$\Rightarrow C=(1.2+2.3+3.4+4.5+...+99.100+100.101)-(1+2+3+4+5+...+99+100)$

Đặt $M=1.2+2.3+3.4+4.5+...+99.100+100.101$, $N=1+2+3+4+5+...+99+100$

Tính M

$M=1.2+2.3+3.4+4.5+...+100.101$

$\Rightarrow 3M=1.2.(3-0)+2.3.(4-1)+3.4(5-2)+4.5.(6-3)+...+100.101(102-99)$

$3M=(1.2.3-1.2.0)+(2.3.4-2.3.1)+(3.4.5-3.4.2)+(4.5.6-3.4.5)+...+(100.101.102-99.100.101)$

$3M=100.101.102$

$\Rightarrow M=\dfrac{100.101.102}{3}$

Tính N

$N=1+2+3+4+5+...+100$

$N=\dfrac{100.101}{2}$

Ta có $C=\dfrac{100.101.102}{3}-\dfrac{100.101}{2}=338350$

Tương tự tính D ta có:

$D=\left(2^2+4^2+6^2+...+100^2 \right)$

$D=2^2(1^2+2^2+3^2+...+50^2)$

$D=2^2.\left(\frac{50.51.52}{3}-\frac{50.51}{2} \right)=4.\left(50.52.17-25.51 \right)=171700$

Vậy $A=338350-171700=166650$

Câu 13. Cho $A=(2014+1).(2014+2).(2014+3)...(2014+2014)$. Chứng minh $A\vdots 2^{2013}$

HD:

$A=(2014+1).(2014+2).(2014+3)...(2014+2014)=2015.2016.2017.....4028$

Số A là tích của 2014 thừa số trong đó có 1007 thừa số chẵn.

Đặt tích của các thừa số chẵn trong A là B (có 1007 thừa số chẵn).

$B=\underbrace{2016.2018.2020.....4028}_{\text{1007 thõa sè ch½n}}=2^{1007}.1008.1009.1010.....2014$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong B là: C (có 504 thừa số chẵn).

$C=\underbrace{1008.1010.1012.....2014}_{\text{504 thõa sè ch½n}}=2^{504}.504.505.506.....1007$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong C là: D (có 252 thừa số chẵn).

$D=\underbrace{504.506.508.....1006}_{\text{252 thõa sè ch½n}}=2^{252}.252.253.254.....503$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong D là: E (có 126 thừa số chẵn).

$E=\underbrace{252.254.256.....502}_{\text{126 thõa sè ch½n}}=2^{126}.126.127.128.....251$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong E là: F (có 63 thừa số chẵn).

$F=\underbrace{126.128.130.....250}_{\text{63 thõa sè ch½n}}=2^{63}.63.64.65.....125$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong F là: G (có 31 thừa số chẵn).

$G=\underbrace{64.66.68.....124}_{\text{31 thõa sè ch½n}}=2^{31}.32.33.....62$

Đặt tích của các thừa số chẵn trong G là: H (có 16 thừa số chẵn).

$H=\underbrace{32.34.36.....62}_{\text{16 thõa sè ch½n}}=2^{16}.16.17.18.....31$

$= 2^{16}.2^4.17.2.9.19.2^2.5.21.2.11.23.2^3.3.25.2.13.27.2.19.29.2.15.31$

$= 2^{30}.3.5.9.11.13.15.17.19^2.21.23.25.27.29.31$

Như vậy trong A có tích các thừa số: $2^{1007}.2^{504}.2^{252}.2^{126}.2^{63}.2^{31}.2^{30} = 2^{2013}$

Vậy A chia hết cho 2^{2013}.

Câu 14. Chứng minh rằng:

a) $10^{2008}+125$ chia hết cho 45

b) $5^{2008}+5^{2007}+5^{2006}$ chia hết cho 31

HD:

a) Ta có: $10^{2008}+125 = 10^{2008}+125 = \underbrace{\overline{100...0}}_{2008\ so\ 0}+125 = \underbrace{\overline{100...0125}}_{2005\ so\ 0}$, A có tận cùng là 5

$\Rightarrow A$ chia hết cho 5

Tổng các chữ số của A là: $1+2+5+1=9 \Rightarrow A$ chia hết cho 9, mà $(5,9)=1 \Rightarrow A$ chia hết cho 45

b) Ta có: $5^{2008}+5^{2007}+5^{2006} = 5^{2006}\left(5^2+5^1+1\right) = 5^{2006}.31$ chia hết cho 31

VINASTUDY.VN