

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 7
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến : 0932393956

CA 1

BTVN: Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để các phân số sau đây là tối giản:

$$\frac{2}{n^2+1}, \frac{3}{n^2+2}, \dots, \frac{226}{n^2+225}.$$

HD:

Các phân số đã cho có dạng $\frac{k}{k+n^2-1}, k=2,3,\dots,226.$

Để chúng tối giản thì $n^2-1=(n-1)(n+1)$ phải nguyên tố cùng nhau với các số $2,3,\dots,226.$

$$\Rightarrow n-1 \geq 227 \Rightarrow n \geq 228$$

Với $n=228 \Rightarrow n^2-1=227.229$ là tích của 2 số nguyên tố lớn hơn 226 nên n^2-1 nguyên tố cùng nhau với tất cả các số $2,3,\dots,226.$

Vậy số nguyên dương nhỏ nhất cần tìm là $n=228.$

CA 2

Câu 3.

a. Hãy tính $\frac{1}{A}$ biết: $A = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99}}{\frac{1}{1.99} + \frac{1}{3.97} + \frac{1}{5.95} + \dots + \frac{1}{97.3} + \frac{1}{99.1}}$

b. Hãy tìm nghịch đảo của biểu thức sau:

$$A = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{11} + \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{15} + \dots + \frac{4}{95} \cdot \frac{4}{99}$$

HD:

a. Xét :

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} + \frac{1}{99} \\ &= \left(1 + \frac{1}{99}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{97}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{95}\right) + \dots + \left(\frac{1}{49} + \frac{1}{51}\right) \\ &= \frac{100}{1.99} + \frac{100}{3.97} + \frac{100}{5.95} + \dots + \frac{100}{49.51} \\ &= 50 \left(\frac{2}{1.99} + \frac{2}{3.97} + \frac{2}{5.95} + \dots + \frac{2}{49.51} \right) \\ &= 50 \left(\frac{1}{1.99} + \frac{1}{3.97} + \frac{1}{5.95} + \dots + \frac{1}{97.3} + \frac{1}{99.1} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = 50$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{A} = \frac{1}{50}.$$

b.

$$A = \frac{4}{3} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{4}{11} + \frac{4}{11} - \frac{4}{15} + \dots + \frac{4}{95} - \frac{4}{99}$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{4}{99} = \frac{128}{99}.$$

$$\frac{1}{A} = \frac{99}{128}.$$