TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 11

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

CA 1

Câu 8. Chứng minh rằng:

a) $\sin 20° + 2\sin 40° - \sin 100° = \sin 40°$

b) $\dfrac{\sin(45° + a) - \cos(45° + a)}{\sin(45° + a) + \cos(45° + a)} = \tan a$

HD:

a) $\sin 20° + 2\sin 40° - \sin 100° = (\sin 20° - \sin 100°) + 2\sin 40°$

$= 2\cos 60° \sin(-40°) + 2\sin 40°$

$= -\sin 40° + 2\sin 40° = \sin 40°$

b) $\dfrac{\sin(45° + a) - \cos(45° + a)}{\sin(45° + a) + \cos(45° + a)} = \dfrac{\sin(45° + a) - \sin(45° - a)}{\sin(45° + a) + \sin(45° - a)} = \dfrac{2\cos 45° \sin a}{2\sin 45° \cos a} = \dfrac{\sqrt{2}\sin a}{\sqrt{2}\cos a} = \tan a$

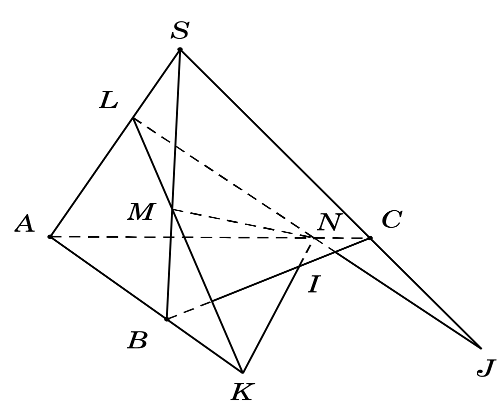
CA 2

❖ **Câu hỏi trắc nghiệm, đúng sai, trả lời ngắn**

Câu 1. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC. Mặt phẳng (LMN) cắt hình chóp theo thiết diện là hình gì

Đáp án:..

HD:



- $(LMN) \cap (SAB) = LM$

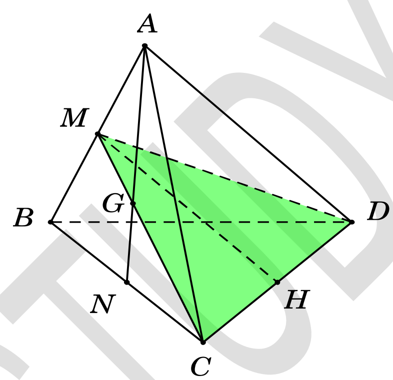
- $(LMN)\cap(SAC)=LN$
- Trong mặt phẳng (SAB) có $LM\cap AB=K$. Trong mặt phẳng (ABC) có $KN\cap BC=I\Rightarrow(LMN)\cap(ABC)=IN,(LMN)\cap(SBC)=MI$.

  Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (LMN) là tứ giác $LMIN$.

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

HD:



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN\cap MC=G$.

Dễ thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M.

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có M là trung điểm AB suy ra $MC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $CD\Rightarrow MH\perp CD\Rightarrow S_{\Delta MCD}=\dfrac{1}{2}.MH.CD$

Với $MH=\sqrt{MC^2-HC^2}=\sqrt{MC^2-\dfrac{CD^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MCD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

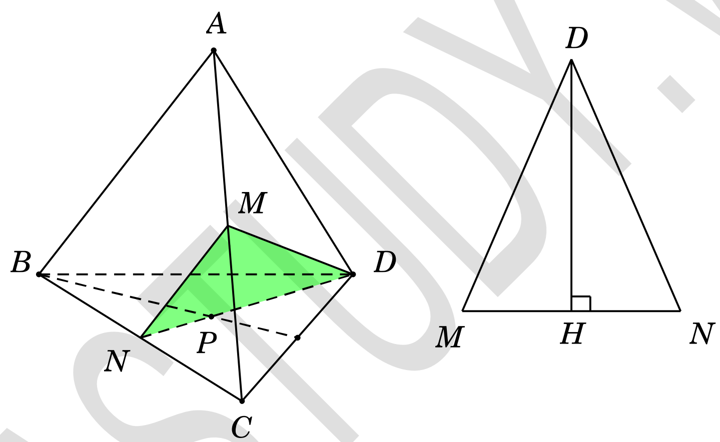
Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC; P là trọng tâm tam giác BCD.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tam giác DMN		
b)	Tam giác DMN là tam giác đều có cạnh bằng $a\sqrt{3}$		
c)	Tam giác DMN là tam giác cân tại M		
d)	Diện tích thiết diện của mặt phẳng (MNP) với hình chóp bằng $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.		

HD:

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Sai**	**d) Đúng**



a) Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC. Suy ra N, P, D thẳng hàng.

Khi đó mặt phẳng (MNP) chính là mặt phẳng (DMN).

Ta có:

$(DMN)\cap(ABC)=MN$

$(DMN)\cap(ACD)=MD$

$(DMN)\cap(BCD)=ND$

Vậy thiết diện là tam giác MND.

b,c) Xét tam giác MND, ta có $MN=\frac{AB}{2}=a$; $DM=DN=\frac{AD\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D.

d) Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH\perp MN$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta MND}=\frac{1}{2}MN.DH=\frac{1}{2}MN.\sqrt{DM^2-MH^2}=\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Câu 4. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC		
b)	Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC.		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC.		
d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC.		

HD:

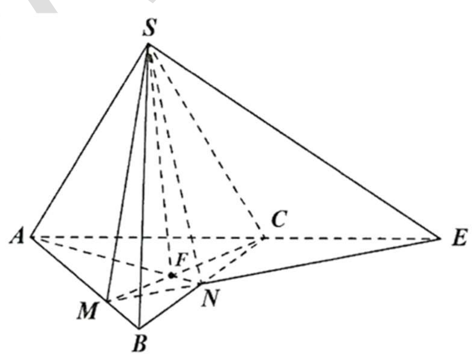
a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Đúng**	**d) Sai**

b) Trong mặt phẳng (ABC), vẽ giao điểm E của MN và AC.

Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

c) Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).



Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

d) Trong mặt phẳng (ABC), vẽ giao điểm F của AN và MC.

Ta có S và F là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM).

Suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.

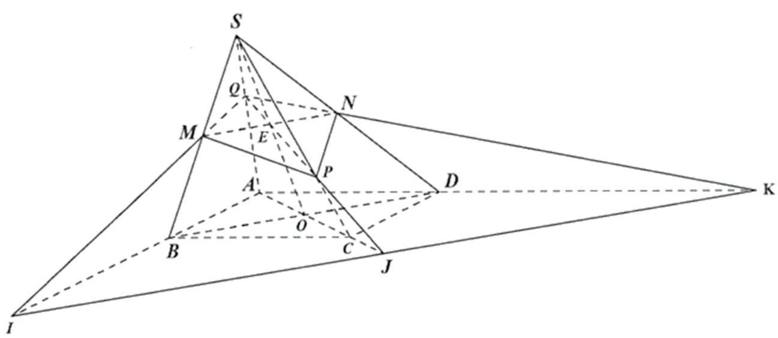
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và $BD; M, N$ lần lượt là trung điểm của $SB, SD; P$ thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		**Đúng**	**Sai**
a)	Giao điểm E của đường thẳng SO và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của MN và SO.		
b)	Giao điểm Q đường thẳng SA và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của PE và SO.		
c)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD. Vậy I, J, K thẳng hàng.		
d)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD. Vậy I, J, K không thẳng hàng		

HD:

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**



a) Trong $(SBD): SO \cap MN = E$.

Ta có $\begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in SO \cap (MNP)$.

b) Trong $(SAC): PE \cap SA = Q$.

Ta có $\begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in SA \cap (MNP)$.

c) Từ giả thiết ta có $\begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (MNP) (1)$

Mặt khác $\begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$.

Suy ra I, J, K thẳng hàng.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ và M là một điểm bên trong $\Delta ABC, N$ là điểm bên trong của ΔACD. Gọi $E = AM \cap BC$; $F = AN \cap CD$ và $G = DN \cap AC$.

a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD).

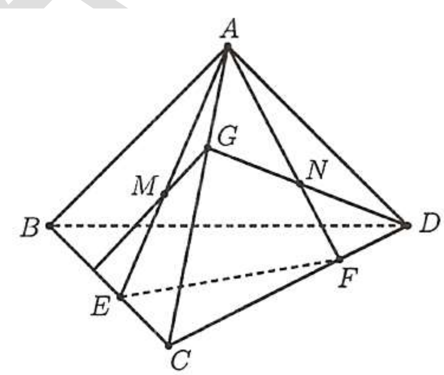
Đáp án:..

b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC).

Đáp án:..

HD:

Trả lời: a) EF b) MG



a) Tìm giao tuyến của (AMN) và (BCD) :

Trong mặt phẳng (ABC), gọi $E = AM \cap BC$;

Trong mặt phẳng (ACD), gọi $F = AN \cap CD$.

Ta có: $\begin{cases} E \in AM, AM \subset (AMN) \\ E \in BC, BC \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (AMN) \cap (BCD)$. (1)

Tương tư: $\begin{cases} F \in AN, AN \subset (AMN) \\ F \in CD, CD \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow F \in (AMN) \cap (BCD)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EF = (AMN) \cap (BCD)$.

b) Tìm giao tuyến của (DMN) và (ABC) :

Ta có: $M \in AE, AE \subset (ABC) \Rightarrow M \in (ABC) \Rightarrow M \in (ABC) \cap (DMN)$.(3)

Trong mặt phẳng (ACD), gọi $G = DN \cap AC$.

Ta có: $\begin{cases} G \in AC, AC \subset (ABC) \\ G \in DN, DN \subset (DMN) \end{cases} \Rightarrow G \in (ABC) \cap (DMN)$.(4)

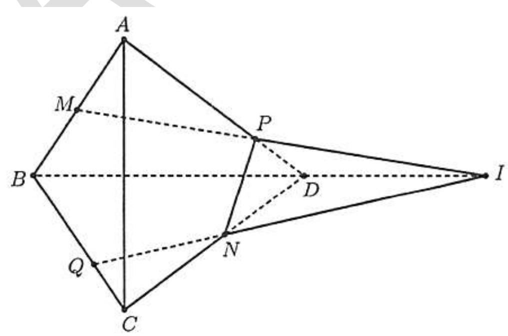
Từ (3) và (4) suy ra $MG = (DMN) \cap (ABC)$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Hỏi ba điểm I, B, D có thẳng hàng hay không?

Đáp án:...

HD:

Trả lời: có



Ta có: $(ABD) \cap (BCD) = BD$.

Mặt khác: $\begin{cases} I \in MP, MP \subset (ABD) \\ I \in NQ, NQ \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (BCD)$.

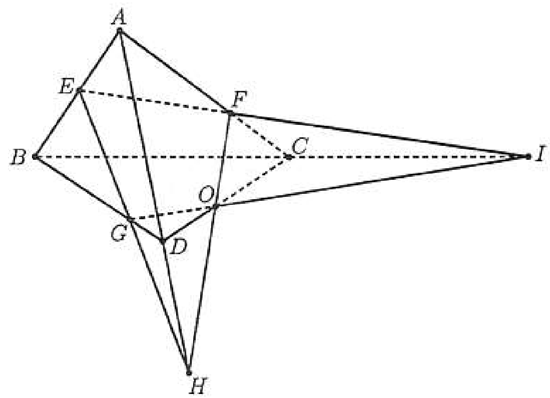
Do đó I thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) hay $I \in BD$.

Vậy ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H. Hỏi ba đường thẳng CD, IG, HF có đồng quy không?

Đáp án:..

HD:



Trả lời: có

Trong mặt phẳng (BCD), gọi $O = CD \cap IG$.

Ta có: $\begin{cases} O \in IG, IG \subset (EFH) \\ O \in CD, CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow O \in (EFH) \cap (ACD)$.(1)

Mặt khác: $H \in AD, AD \subset (ACD) \Rightarrow H \in (ACD) \Rightarrow H \in (ACD) \cap (EFH)$.

Tương tự: $F \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow F \in (ACD) \Rightarrow F \in (ACD) \cap (EFH)$.

Vì vậy $HF = (ACD) \cap (EFH)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra O thuộc HF hay CD, IG, HF đồng quy tại O.