

TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
CĂN THỨC

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Bài 1. Chứng minh rằng nếu $a = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ thì $a^3 + 3a = 4$.

Bài 2. Cho biểu thức $A = \sqrt{20a+92} + \sqrt{a^4+16a^2+64}$; $B = a^4 + 20a^3 + 102a^2 + 40a + 200$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm a để $A+B=0$.

Bài 3. Tính giá trị của P tại $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$. Biết $P = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^{2024} + 2024$.

Bài 4. Cho $a = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \frac{a^4 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12}$$

Bài 5. Cho x, y là các số thực thỏa mãn: $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$. Tính giá trị của $A = x + y$.

Bài 6. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $xy + \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} = 1$. Tính giá trị của biểu thức:

$$Q = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}$$

Bài 7. Cho $A = a\sqrt{a} + \sqrt{ab}$, $B = b\sqrt{b} + \sqrt{ab}$ với $a > 0, b > 0$. Chứng tỏ rằng nếu $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ và \sqrt{ab} là các số hữu tỉ thì A + B và AB cũng là số hữu tỉ.

Bài 8. Cho 2 số hữu tỉ a, b thỏa mãn đẳng thức $a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0$. Chứng minh rằng $\sqrt{1-ab}$ là một số hữu tỉ.

Bài 9. Chứng minh rằng với mọi số n nguyên dương thì giá trị của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{(1^4 + 4)(2^4 + 4)(3^4 + 4) \dots (n^4 + 4)}{2}}$$
 luôn là số vô tỉ.

Bài 10. Tìm các số thực a sao cho $x + \sqrt{2024}$ và $\frac{1}{x} - \sqrt{2024}$ đều là số nguyên.

BTVN.

Bài 1. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 2$.

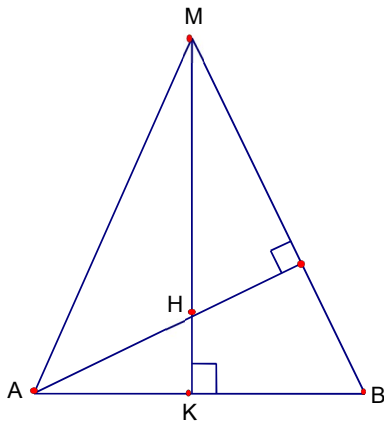
Tính giá trị của biểu thức $Q = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}$

Bài 2. Cho x, y là các số thực thỏa mãn: $(x + \sqrt{y^2 + 1})(y + \sqrt{x^2 + 1}) = 1$. Tính giá trị của $A = x + y$.

Giáo viên: Thầy Lê Tiến Đạt

TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

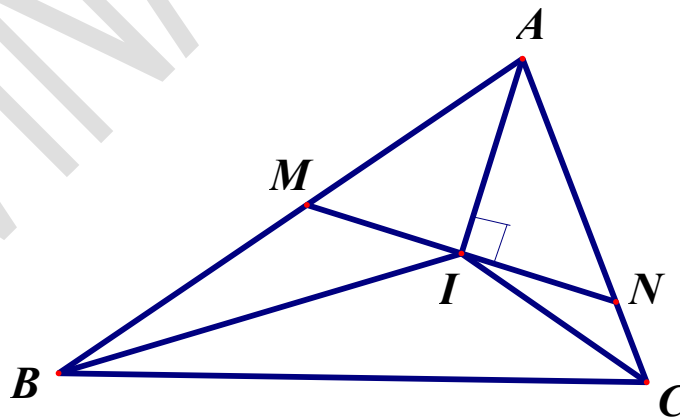
Câu 1. Cho hai điểm A, B cố định và điểm M di động sao cho tam giác MAB có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB và K là chân đường cao vẽ từ M của tam giác MAB. Tìm giá trị lớn nhất của tích KH.KM.



Câu 2. Cho tam giác ABC, gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác. Qua I dựng đường thẳng vuông góc với IA cắt AB, AC tại M và N. Chứng minh rằng :

a) $\frac{BM}{CN} = \frac{BI^2}{CI^2}$

b) $BM.AC + CN.AB + AI^2 = AB.AC$

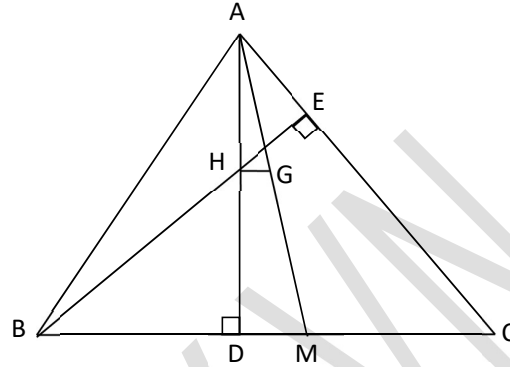


Câu 3. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn và có độ dài lần lượt là a, b, c. CMR:

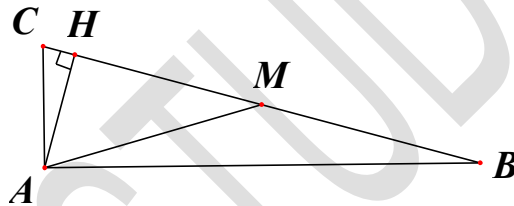
$$\sqrt{a \cdot \sin A} + \sqrt{b \cdot \sin B} + \sqrt{c \cdot \sin C} = \sqrt{(a + b + c) \cdot (\sin A + \sin B + \sin C)}$$

VINASTUDY – TRƯỜNG HỌC TOÁN TRỰC TUYẾN LIÊN CẤP
Chuyên bồi dưỡng Toán từ lớp 3 đến lớp 12 qua hệ thống lớp học trực tuyến

Câu 4. Cho tam giác ABC, có các góc B và C đều nhọn. Các đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Cho biết $\tan B \cdot \tan C = 3$, chứng minh rằng $HG \parallel BC$.



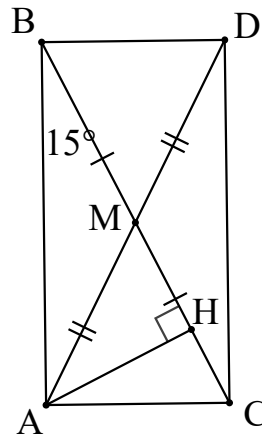
Câu 5. Nếu tam giác ABC vuông tại A có trung tuyến AM, $\widehat{ABM} = 15^\circ$ và $S_{ABC} = 16$. Tính độ dài BM.



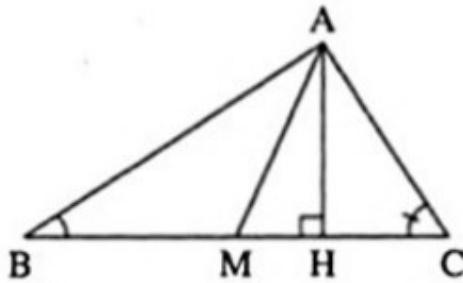
Câu 6. Cho tam giác ABC có góc $B = 60^\circ$. CMR: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB \cdot BC$.

Câu 7. Tam giác ABC có các góc A, góc B đều nhọn. Các đường phân giác AD, đường trung tuyến BM và đường cao CH cắt nhau tại điểm O. Chứng minh rằng $AB \cdot \cos A = BC \cdot \cos B$.

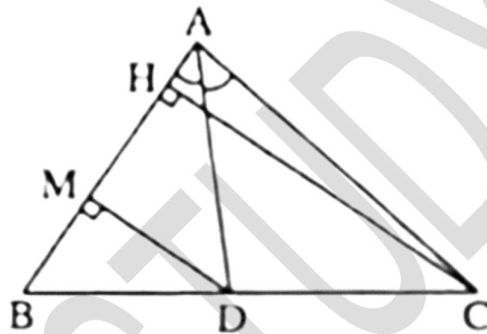
Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A trung tuyến AM, có $\widehat{ABC} = 15^\circ$. Chứng minh rằng:
 $BC^2 = 4AB \cdot AC$



Câu 9. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Chứng minh rằng nếu $\cotg B = 3 \cotg C$ thì $AM = AC$.

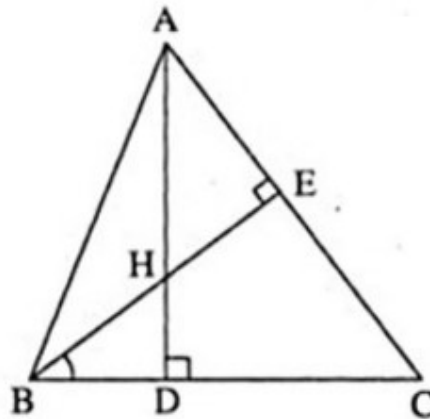


Câu 10. Cho tam giác ABC có $BC \geq AC \geq AB$, đường phân giác AD , đường cao CH . Chứng minh rằng $CH \geq AD$.



Bài tập về nhà

Câu 11. Cho tam giác nhọn ABC , hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $HD : HA = 1 : 2$, chứng minh rằng $\tg B \cdot \tg C = 3$.



Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt