

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

BTVN:

a) Chứng minh với mọi số nguyên dương n , ta có $n^7 - n$ chia hết cho 42.

b) Chứng minh với mọi số nguyên dương n , ta luôn có:

$\left[(27n+5)^7 + 10 \right]^7 + \left[(10n+27)^7 + 5 \right]^7 + \left[(5n+10)^7 + 27 \right]^7$ chia hết cho 42.

HD:

a) Ta chứng minh $n^7 - n$ chia hết cho 6.

$n^7 - n = n(n-1)(n+1)(n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)$, do $n(n-1)(n+1)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 6, hay $n^7 - n \equiv 0 \pmod{6}$.

Ta chứng minh $n^7 - n$ chia hết cho 7.

Do 7 là số nguyên tố nên theo định lý Fermat ta có $n^7 \equiv n \pmod{7} \Rightarrow n^7 - n \equiv 0 \pmod{7}$

Do đó ta luôn có $n^7 - n$ chia hết cho 42 với mọi số nguyên dương

b) Đặt $A = \left[(27n+5)^7 + 10 \right]^7 + \left[(10n+27)^7 + 5 \right]^7 + \left[(5n+10)^7 + 27 \right]^7$

Áp dụng kết quả ở câu a) ta có:

$$A \equiv (27n+5)^7 + 10 + (10n+27)^7 + 5 + (5n+10)^7 + 27 \equiv 27n+5+10+10n+27+5+5n+27 \equiv 42n+42 \equiv 0 \pmod{42}$$

Vậy bài toán đã cho được chứng minh.