

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

CA 1

Câu 3. Chứng minh rằng không có ba số tự nhiên liên tiếp nào mà tổng các lập phương của chúng bằng 2023.

HD:

Xét tổng $A = (n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

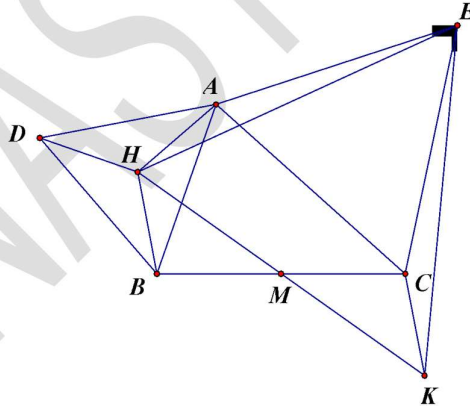
Khai triển, rút gọn được $A = 3n^3 + 6n = 3(n^3 + 2n)$

Ta có $n^3 + 2n = n^3 - n + 3n = n(n^2 - 1) + 3n = n(n-1)(n+1) + 3n$ chia hết cho 3.

Suy ra $(n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3$ chia hết cho 9, không thể bằng 2023 (số này không chia hết cho 9).

CA 2

Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC, vẽ về phía ngoài tam giác ấy các tam giác đều ABD; ACE. Gọi M là trung điểm của BC, H là trực tâm của tam giác ABD. Tính các góc của tam giác HME.



HD:

Trên nửa mặt phẳng bờ HE lấy điểm K sao cho tam giác EHK là tam giác đều.

Kí hiệu \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} là các góc của tam giác ABC.

Do: $\widehat{AEC} = \widehat{HEK} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{CEK}$

Xét hai tam giác EAH và ECK có

- EA = EC
- $\widehat{AEH} = \widehat{CEK}$
- EH = EK

Vậy $\triangle EAH = \triangle ECK$ (c.g.c)

Suy ra $CK=AH=HB$ (1)

$$\text{Và } \widehat{ECK} = \widehat{EAH} = \widehat{EAC} + \widehat{A} + \widehat{BAH} = 60^0 + \widehat{A} + 30^0 = \widehat{A} + 90^0$$

Do vậy:

$$\begin{aligned}\widehat{KCB} &= 360^0 - \widehat{ECK} - \widehat{ECA} - \widehat{C} \\ &= 360^0 - (\widehat{A} + 90^0) - 60^0 - \widehat{C} \\ &= 210^0 - (\widehat{A} + \widehat{C}) \\ &= 30^0 + \widehat{B} \\ &= \widehat{ABH} + \widehat{B} = \widehat{CBH}\end{aligned}$$

Từ đó: $\widehat{KCB} = \widehat{CBH}$ nên $CK // BH$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $CK // BH$ và $CK=BH$. Khi đó BC và HK cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.

Do M là trung điểm của BC nên M sẽ là trung điểm của HK .

Do tam giác EHK đều nên ta có các góc của tam giác HME như sau:

$$\widehat{HME} = 90^0; \widehat{HEM} = 30^0 \text{ và } \widehat{EHM} = 60^0$$