TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI (TIẾP)

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI (TIẾP)

Câu 1. Chứng minh $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\ge 0$.

Câu 2. Cho các số a, b, x, y khác 0 thỏa mãn: $\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)=(ax+by)^2$. Chứng minh rằng các số a, b, x, y lập thành 1 tỉ lệ thức.

Hằng đẳng thức bậc hai mở rộng

Câu 3. Cho $a^2+b^2+c^2=1$. Tính $(a+b+c)^2+(a+b-c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2$

Câu 4. Cho $a+b+c=0; a^2+b^2+c^2=1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{2abc}=0$

Câu 5. Cho a, b, c là các số hữu tỉ phân biệt. Chứng minh rằng:

$A=\frac{1}{(a-b)^2}+\frac{1}{(b-c)^2}+\frac{1}{(c-a)^2}$ là bình lũy thừa bậc hai của số hữu tỉ.

Câu 6. Chứng minh rằng $a^4+b^4+c^4=2\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)$ với $a+b+c=0$

HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC BA

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức bằng cách vận dụng hằng đẳng thức:

a) $A=x^3+3x^2+3x+6$ với $x=19$

b) $B=x^3-3x^2+3x$ với $x=11$

Câu 2. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $x^3+9x^2+27x+27$ tại $x=97$

b) $27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$ tại $x=8, y=25$

Hằng đẳng thức bậc ba mở rộng

Câu 3. Chứng minh các hằng đẳng thức sau:

a) $(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(c+a)$;

b) $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$.

Câu 4. Cho $a^3+b^3+c^3=3abc$. Tính $A=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)$.

VINASTUDY.VN

Câu 5. Cho $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$ với x,y,z khác 0. Tính $P=\frac{xy}{z^2}+\frac{yz}{x^2}+\frac{zx}{y^2}$.

Câu 6. Tìm x: $8x^3+27=(x-1)^3+(x+4)^3$

Câu 7. Cho $x+y=3;xy=2$. Tính giá trị biểu thức:

a) $A=x^3+y^3+3\left(x^2+y^2\right)$

b) $B=x^5+y^5+x^4+y^4$

Câu 8. Cho $x+y=a,xy=b$ với $a^2\geq 4b$. Tính

a) x^2+y^2 b) x^3+y^3 c) x^4+y^4 d) x^5+y^5

BTVN

Câu 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^3$ b) $(3x-y)^3$ c) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y\right)^3$

Câu 2. Tìm x thỏa mãn: $27x^3+(x-5)^3+64=(4x-1)^3$

Câu 3. Chứng minh rằng không có ba số tự nhiên liên tiếp nào mà tổng các lập phương của chúng bằng 2023.

VINASTUDY.VN

Giáo viên: Thầy Nguyễn Văn Minh

TÀI LIỆU TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8
CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC (TIẾP)

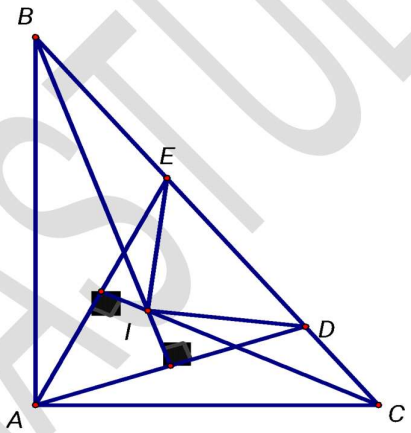
Câu 1. Cho tam giác ABC. Vẽ ra phía ngoài của tam giác hai tam giác vuông cân ABD và ACE $\left(\widehat{ABD} = \widehat{ACE} = 90^\circ\right)$. Vẽ đường cao $AH(H \in BC)$. Chứng minh rằng ba đường thẳng AH, BE, CD cùng đi qua một điểm.

Câu 2. Cho tam giác ABC, gọi I là giao điểm của các đường phân giác, O là giao điểm các đường trung trực. Tính các góc của tam giác ABC biết rằng BC là đường trung trực của OI.

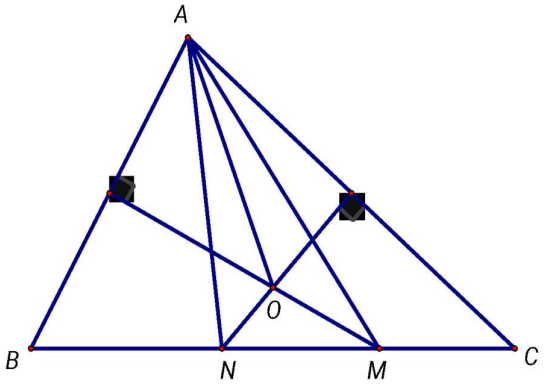
Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A.D, E thuộc BC: BD = BA, CE = CA

a) Chứng minh giao điểm I các phân giác của tam giác ABC là giao trung trực tam giác ADE

b) Tính $\widehat{DIE}$



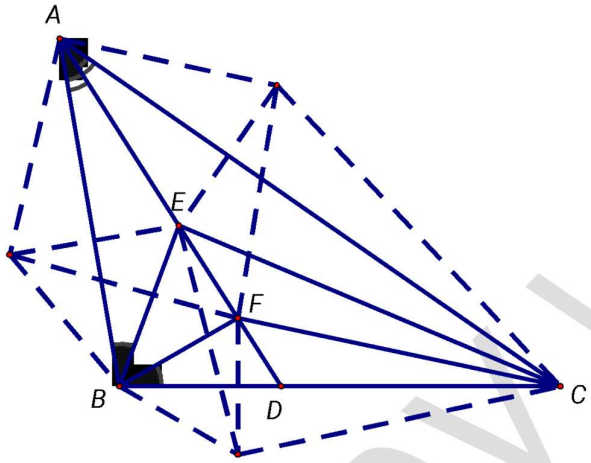
Câu 4. Cho tam giác ABC không vuông. Trung trực AB, AC cắt nhau tại O, cắt BC tại M, N. Chứng minh rằng AO là phân giác góc MAN.



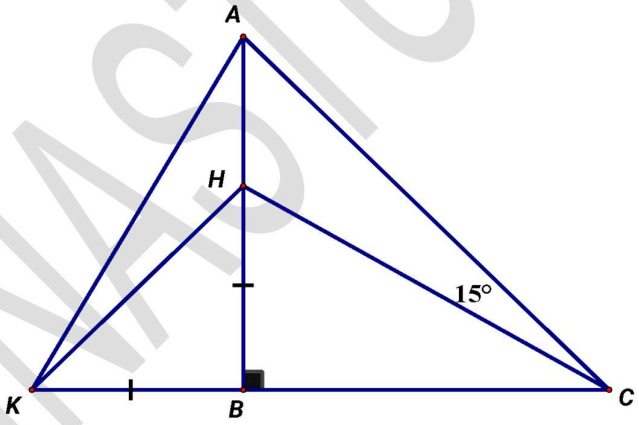
VINASTUDY.VN

Câu 5. Cho tam giác ABC, phân giác AD. $E, F \in AD : \widehat{ABE} = \widehat{CBF}$.

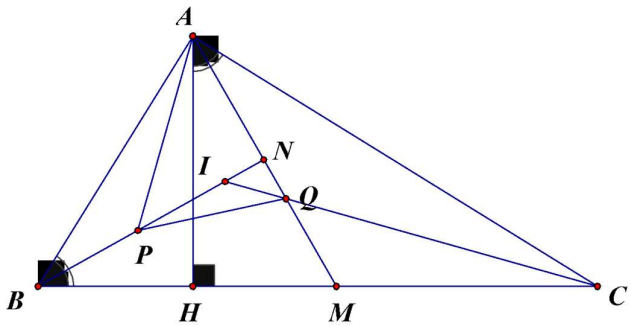
Chứng minh rằng: $\widehat{ACE} = \widehat{BCF}$



Câu 6. Cho tam giác ABC vuông cân tại B. Trên AB lấy H: $\widehat{ACH} = \frac{1}{3}\widehat{ACB}$. Trên tia đối BC lấy K: BK = BH. Tính $\widehat{AKH}$.

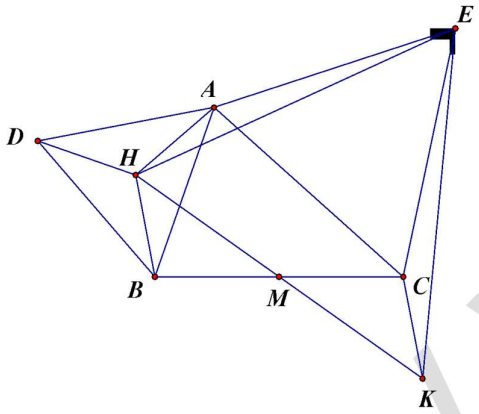


Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi I, P, Q theo thứ tự là giao điểm các đường phân giác của tam giác ABC, ABH và ACH. Chứng minh rằng I là trực tâm của tam giác APQ.

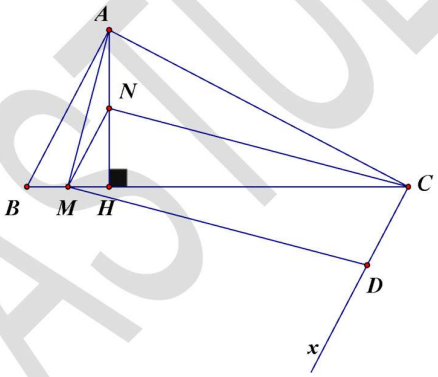


VINASTUDY.VN

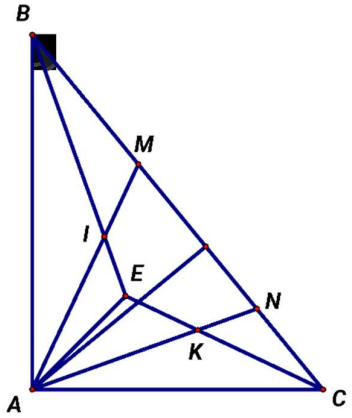
Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC, vẽ về phía ngoài tam giác ấy các tam giác đều ABD; ACE. Gọi M là trung điểm của BC, H là trực tâm của tâm giác ABD.Tính các góc cuả tam giác HME.



Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B vẽ tia Cx $\perp$ AC. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho AB=2CD. Gọi M là trung điểm của BH. Chứng minh rằng AM$\perp$ MD.



Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, I, K theo thứ tự là giao các phân giác tam giác ABC, ABH, ACH. Chứng minh rằng AE $\perp$ IK



Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt