TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 11
LUYỆN TẬP PHÉP BIẾN ĐỔI LƯỢNG GIÁC

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\cos(2\pi-x)+\cos(3\pi+x)$

b) $B=2\cos x-3\cos(\pi-x)+5\sin\left(\frac{7\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$.

Câu 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $C=2\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin(5\pi-x)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

b) $D=\cos(5\pi-x)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+\cot(3\pi-x)$

Câu 3. Rút gọn: $N=\sin^6(\pi+x)+\cos^6(x-\pi)-2\sin^4(x+2\pi)-\sin^4\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)+\cos^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 4. Rút gọn: $O=\dfrac{\tan\left(\frac{19\pi}{2}-x\right)\cos(36\pi-x)\sin(x-5\pi)}{\sin\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)\cos(x-99\pi)}$

Câu 5. Rút gọn: $P=\sin\left(x+\frac{85\pi}{2}\right)+\cos(207\pi+x)+\sin^2(33\pi+x)+\sin^2\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}=75°;\widehat{C}=45°$ và $a=BC=12$ cm.

a) Sử dụng công thức $S=\frac{1}{2}ab\sin C$ và định lý sin, hãy chứng minh diện tích của tam giác ABC được cho bởi công thức $S=\dfrac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}$.

b) Sử dụng kết quả ở câu a) và công thức biến đổi tích thành tổng, hãy tính diện tích S của tam giác ABC.

VINASTUDY.VN

Câu 7. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}=75°;\widehat{C}=45°$ và $a=BC=12$ cm.

a) Sử dụng công thức $S=\frac{1}{2}ab\sin C$ và định lý sin, hãy chứng minh diện tích của tam giác ABC được cho bởi công thức $S=2R^2.\sin A.\sin B.\sin C$.

b) Sử dụng kết quả ở câu a) và công thức biến đổi tích thành tổng, hãy tính diện tích S của tam giác ABC.

Câu 8. Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t, A là biên độ dao động $(A>0)$ và $\varphi\in[-\pi;\pi]$ là pha ban đầu của dao động.

Xét hai dao động điều hoà có phương trình :

$x_1(t)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{6}\right)(cm)$,

$x_2(t)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{3}\right)(cm)$.

Tìm dao động tổng hợp $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

Bài tập về nhà:

Câu 9. Chứng minh rằng:

a) $\frac{3\cot^2 15°-1}{3-\cot^2 15°}=-\cot 15°$

b) $\sin 200°\sin 310°+\cos 340°\cos 50°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 10. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}=105°;\widehat{A}=30°$ và $a=BC=6$ cm.

a) Sử dụng công thức $S=\frac{1}{2}ab\sin C$ và định lý sin, hãy chứng minh diện tích của tam giác ABC được cho bởi công thức $S=\frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin A}$.

b) Sử dụng kết quả ở câu a và công thức biến đổi tích thành tổng, hãy tính diện tích S của tam giác ABC.

VINASTUDY.VN

Câu 11. Trong Vật lí, điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch xoay chiều được cho bởi công thức $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)\,(V)$, trong đó t là thời gian, ϖ là tần số góc, U_0 là điện áp cực đại $(U_0 > 0)$ và φ là pha ban đầu.

Xét đoạn mạch MP gồm hai đoạn mạch MN và NP ghép nối tiếp. Điện áp tức thời trên các đoạn mạch MN và NP lần lượt là $u_{MN} = 120\cos(100\pi t)\,(V)$; $u_{NP} = 120\sin(100\pi t)\,(V)$.

Biết biểu thức điện áp hai đầu đoạn mạch MP là $u_{MP} = u_{MN} + u_{NP}$, hãy sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm điện áp cực đại, pha ban đầu của điện áp này.

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt

VINASTUDY.VN

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 11
HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

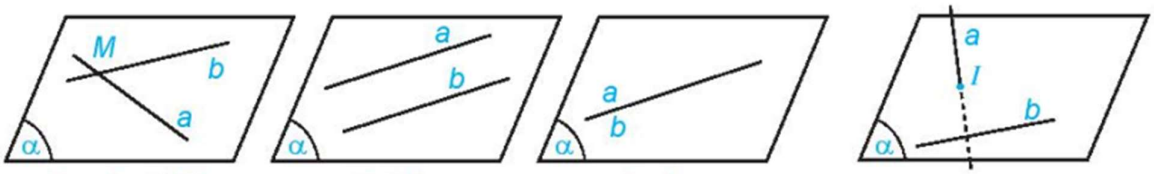
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

PHẦN I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

❖ Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

- Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b, hoặc b chéo với a.



$a \cap b = \{M\}$ — a cắt b tại M | $a // b$ — a song song với b | $a \equiv b$ — a trùng với b

Hình 4.15

❖ **Nhận xét**

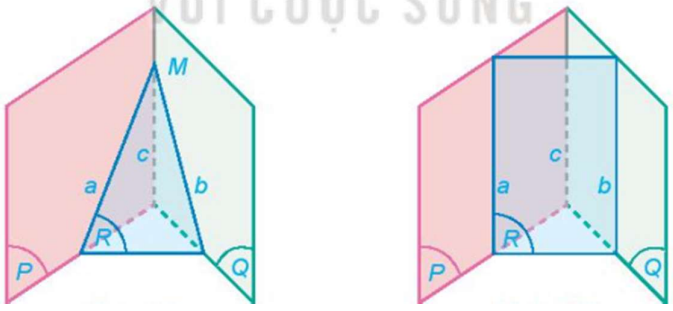
- Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.
- Hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể song song hoặc chéo nhau.

II. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

❖ **Tính chất 1:** Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

❖ **Tính chất 2:** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

❖ **Tính chất 3:** Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.



BẢN QUYỀN BÀI GIẢNG THUỘC VỀ CÔNG TY TNHH GIÁO DỤC TRỰC TUYẾN VINASTUDY

❖ **Nhận xét.** Nếu hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).

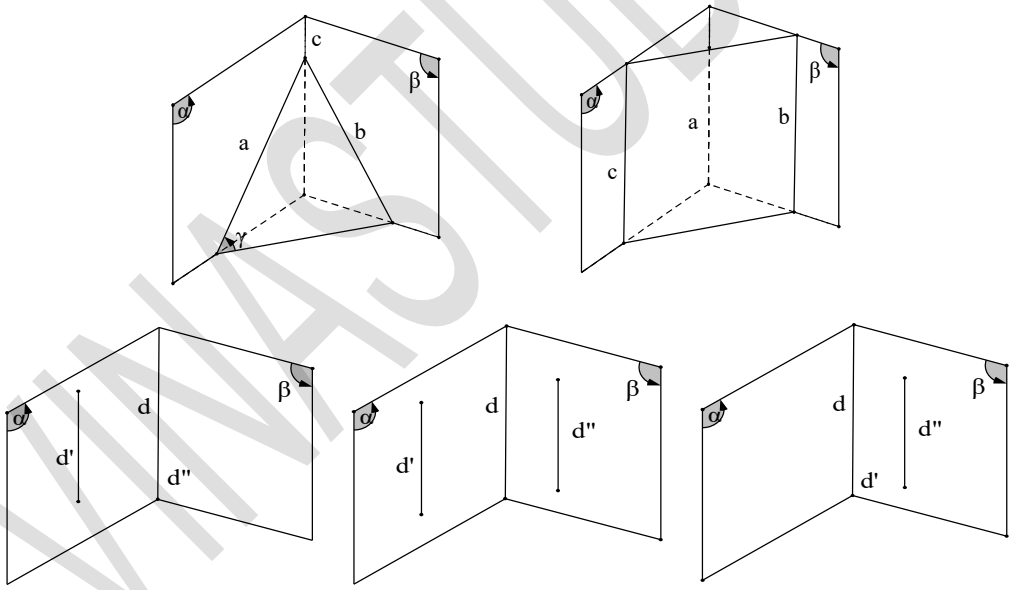
PHẦN II. BÀI TẬP

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song hoặc đồng quy

Phương pháp

- Chứng minh hai đường thẳng đồng phẳng rồi chứng minh chúng song song như trong hình học phẳng (sử dụng tính chất đường trung bình, định lý Thales đảo,…).
- Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với một đường thẳng thứ ba (Tính chất bắc cầu).
- Nếu ba mp phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song với nhau.

➢ **Hệ quả:** Nếu hai mp phân biệt lần lượt chứa hai đt song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đt đó hoặc trùng với một trong hai đt đó.



Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ACD, E là điểm thuộc SD sao cho $SE = 2ED$. Chứng minh rằng $GE // SB$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SAC. Chứng minh rằng $G_1G_2 // BC$.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. CMR nếu bốn điểm P, Q, R, S đồng phẳng thì:

1) PQ, SR, AC song song với nhau.
2) PS, RQ, BD đồng qui.

Dạng 2. Tìm giao tuyến, giao điểm và thiết diện của hình chóp

Phương pháp. Sử dụng Hệ quả của Định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng.

$$\begin{cases} a//b \\ a\subset(P), b\subset(Q)\Rightarrow (P)\cap(Q)=\Delta \\ S\in(P)\cap(Q) \end{cases} \text{ với } \begin{cases} \Delta//a//b \\ S\in\Delta \end{cases}$$

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi *M,N* lần lượt là trung điểm AD và SB.

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

2) Tìm giao điểm của đường thẳng *MN* và mặt phẳng (SAC)

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với $AB//CD$. Gọi M,N,I lần lượt là trung điểm của AD,BC,SA.

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IMN) và (SAC); (IMN) và (SAB).

2) Tìm giao điểm của SB và (IMN).

3) Tìm thiết diện của mặt phẳng (IDN) với hình chóp S.ABCD.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB, E là điểm trên cạnh AC thỏa mãn $AE=\frac{1}{3}AC$, F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $BF=\frac{1}{3}BD$

1) Chứng minh rằng $EF//CD$, $EG//SD$, $FG//SC$.

2) Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD khi cắt bởi mặt phẳng (EFG).

❖ **Một số câu hỏi trắc nghiệm, đúng sai, trả lời ngắn**

Câu 1. Cho tứ diện ABCD. Gọi I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.

C. IJ chéo CD. **D.** IJ cắt AB.

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I,J,E,F lần lượt là trung điểm SA,SB,SC,SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD. **D.** AB.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC. **B.** d qua S và song song với DC.

C. d qua S và song song với AB. **D.** d qua S và song song với BD.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC.

B. Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

D. Tứ giác $IBCD$.

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau hoặc chéo nhau.		
b)	Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng chéo nhau.		
c)	Hai đường thẳng có điểm chung thì chúng cắt nhau.		

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có I,J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, BD. Gọi (P) là mặt phẳng qua I,J và cắt các cạnh AC,AD lần lượt tại hai điểm M,N. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$IJ=\frac{1}{2}CD$		
b)	MN cắt DC		
c)	$IJNM$ là một hình thang		
d)	Để $IJNM$ là hình bình hành thì M là trung điểm của đoạn AC		

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,J,E,F lần lượt là trung điểm SA,SB,SC,SD. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng IJ,EF.

Đáp án:.....

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB,AC lần lượt lấy M,N sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN).

Đáp án:.....

VINASTUDY.VN

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $ABCD$ là hình gì?

Đáp án:.....

Giáo viên: Cô Nguyễn Phương Thảo

VINASTUDY.VN