TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP VỀ NHÀ

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Chủ nhật – Ngày 14/07/2024

Câu 5. Tìm x, y là số tự nhiên thỏa mãn $x^2+3^y=3026$

HD:

Xét $y=0\Rightarrow x^2+3^0=3026\Rightarrow x^2=3025$. Mà $x\in N\Rightarrow x=55$

Xét $y>0\Rightarrow 3^y$ chia hết cho $3, x^2$ chia cho 3 dư 0 hoặc $1\Rightarrow x^2+3^y$ chia cho 3 dư 0 hoặc 1 mà 3026 chia cho 3 dư 2 (loại)

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $(x,y)=(55,0)$

Câu 6. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $(x^2+1)(x^2+y^2)=4x^2y$

HD:

Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$ ta có:

$x^2+1\ge 2x$ Dấu " $=$ " xảy ra khi $x=1$.

$x^2+y^2\ge 2xy$ Dẫu " $=$ " xảy ra khi $x=y$.

Do x, y dương nên nhân 2 vế của bất đẳng thức trên ta được $\left(x^2+1\right)\left(x^2+y^2\right)\ge 4x^2y$

Dẫu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=y=1$.

Câu 7. Giải phương trình nghiệm nguyên dương sau:

$$x^6+z^3-15x^2z=3x^2y^2z-(y^2+5)^3$$

HD:

Ta có: (1) $\Leftrightarrow x^6+z^3+\left(y^2+5\right)^3=15x^2z+3x^2y^2z\Leftrightarrow x^6+z^3+\left(y^2+5\right)^3=3x^2z\left(y^2+5\right)$

Áp dụng bất đẳng thức $AM-GM$ ta có: $x^6+z^3+\left(y^2+5\right)^3\ge 3x^2z\left(y^2+5\right)$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x^2=y^2+5=z$

Từ $x^2-y^2=(x-y)(x+y)=5$ giải ra được nghiệm $(x,y,z)=(3,2,9)$.

Câu 1: Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $6x^2 + 5y^2 = 74$

Ta có: $6x^2+5y^2=74 \Leftrightarrow 6\left(x^2-4\right)=5\left(10-y^2\right)(2)$

Từ (2) suy ra $6\left(x^2-4\right)\vdots 5$, mặt khác $(6,5)=1 \Rightarrow \left(x^2-4\right)\vdots 5 \Rightarrow x^2=5t+4(t\in N)$

Thay $x^2-4=5t$ vào (2) ta có: $30t=5\left(10-y^2\right) \Leftrightarrow y^2=10-6t$

Ta có: $x^2>0, y^2>0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5t+4>0 \\ 10t-6>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t>-\frac{4}{5} \\ t<\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{4}{5}<t<\frac{5}{3}, t\in N$. Suy ra: $t\in\{0;1\}$

Với $t=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vơi $t=1$ ta có: $\begin{cases} x^2=9 \\ y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ y=\pm 2 \end{cases}$. Mặt khác x, y nguyên dương nên $x=3, y=2$.

Vậy phương trình có nghiệm $(x,y)=(3,2)$.