

TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
CĂN THỨC (PHẦN 2)

Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Bài 1. Cho $A = a\sqrt{a} + \sqrt{ab}$, $B = b\sqrt{b} + \sqrt{ab}$ với $a > 0, b > 0$. Chứng tỏ rằng nếu $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ và \sqrt{ab} là các số hữu tỉ thì $A + B$ và AB cũng là số hữu tỉ.

Bài 2. Cho 2 số hữu tỉ a, b thỏa mãn đẳng thức $a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0$. Chứng minh rằng $\sqrt{1-ab}$ là một số hữu tỉ.

Bài 3. Chứng minh rằng với mọi số n nguyên dương thì giá trị của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{(1^4 + 4)(2^4 + 4)(3^4 + 4) \dots (n^4 + 4)}{2}}$$
 luôn là số vô tỉ.

Bài 4. Tìm các số thực a sao cho $x + \sqrt{2024}$ và $\frac{1}{x} - \sqrt{2024}$ đều là số nguyên.

Bài 5. Tìm các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\frac{3}{a + b\sqrt{3}} - \frac{2}{a - b\sqrt{3}} = 7 - 20\sqrt{3}$.

Bài 6. Cho a, b, c, m, n là các số hữu tỉ và $a \neq 0$. Chứng minh rằng nếu $x = m + n\sqrt{2}$ là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) thì $x = m - n\sqrt{2}$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Bài 7. Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $y = \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{x}}$.

Bài 8. Tìm các hệ ba số nguyên (a, b, c) thỏa mãn a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác và

$$\sqrt{\frac{19}{a+b-c}} + \sqrt{\frac{5}{b+c-a}} + \sqrt{\frac{79}{c+a-b}}$$
 là số lẻ khác 1.

Bài 9. Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn $\sqrt{2\sqrt{3}-3} = \sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}$

Bài 10. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $\frac{11x}{5} - \sqrt{2x+1} = 3y - \sqrt{4y-1} + 2$

BTVN.

Bài 1. Xét đa thức $P(x) = x^2 + ax + b$ với a, b là các hệ số nguyên. Chứng minh rằng nếu $P(1 + \sqrt{2}) = 2024$ thì $P(1 - \sqrt{2}) = 2024$.

Bài 2. Đặt $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn: $\frac{a}{\phi} + \frac{b}{\phi^2} + \frac{c}{\phi^3} = \phi$. Tính $S = 2a + b + c$.

Giáo viên: Thầy Lê Tiên Đạt

TOÁN BỒI DƯỠNG HSG LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
Liên hệ đăng kí học Toán trực tuyến: 0932393956

Bài 1. Cho tam giác ABC, hai đường cao BD, CE. Chứng minh rằng :

a) $S_{ADE} = S_{ABC} \cdot \cos^2 A$.

b) $S_{BCDE} = S_{ABC} \cdot \sin^2 A$.

Bài 2. Cho góc xOy có số đo bằng $\alpha (\alpha < 90^\circ)$. Trên tia phân giác của góc này lấy điểm A cố định. Qua A vẽ một đường thẳng thay đổi cắt Ox, Oy lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng tổng $\frac{1}{OM} + \frac{1}{ON}$ có giá trị không đổi.

Bài 3. Cho tam giác ABC, hai đường trung tuyến BE, CF vuông góc với nhau. Chứng minh rằng:
 $\cot B + \cot C \geq \frac{2}{3}$.

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$ và $b + c = 2a$. Chứng minh :

a) $2 \sin A = \sin B + \sin C$.

b) $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$, trong đó h_a, h_b, h_c lần lượt là chiều cao của tam giác ứng với cạnh a, b, c.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB < AC$ và trung tuyến AM. Đặt $\widehat{ACB} = \alpha, \widehat{AMB} = \beta$.

Chứng minh rằng $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin \beta$.

Bài 6. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng :

a) $\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$.

b) $\sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} = \frac{1}{8}$ khi và chỉ khi tam giác ABC là tam giác đều.

Bài 7. Không dùng máy tính và bảng số, hãy chứng minh rằng: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại B, $\widehat{A} = \alpha, BO$ là trung tuyến ứng với cạnh huyền AC. Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BO cắt AC tại D. Đặt $AC = a$.

Chứng minh rằng $AD = \frac{a(\cos 2\alpha + 1)}{2 \cos \alpha}$.

Bài 9. Cho tam giác ABC , đường cao AA' , trực tâm H . Cho biết $\frac{AH}{A'H} = k$. Chứng minh rằng

$$\operatorname{tg}B \operatorname{tg}C = 1 + k.$$

Bài 10. Cho tam giác ABC , phân giác AD . Biết $AB = c, AC = b, \hat{A} = 2\alpha (\alpha < 45^\circ)$. Chứng minh rằng

$$AD = \frac{2bccos\alpha}{b+c}.$$

Bài tập về nhà

Bài 11. Cho tam giác nhọn $ABC, BC = a, CA = b, AB = c$. Chứng minh rằng:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B.$$

Bài 12. Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao ứng với cạnh bên có độ dài bằng h , góc ở đáy của

tam giác bằng α . Chứng minh rằng $S_{ABC} = \frac{h^2}{4 \sin \alpha \cos \alpha}$

Giáo viên: Thầy Trần Tuấn Việt