

BÀI: KHÁI NIỆM TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Đáp án

Bài 1. (BT 27 – SGK) Cho tam giác ABC, lấy điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{1}{2}MB$. Từ M kẻ đường

thẳng song song với AC và BC, cắt BC và AC theo thứ tự tại I và N.

a) Nêu tất cả các cặp tam giác đồng dạng.

b) Đối với mỗi cặp tam giác đồng dạng, hãy viết các cặp góc bằng nhau và tỉ số đồng dạng tương ứng.

Giải

a) Vì $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN$ đồng dạng với $\triangle ABC$

Vi $MI \parallel AC \Rightarrow \triangle BMI$ đồng dạng với $\triangle BAC$

b) Vì $\triangle AMN$ đồng dạng với $\triangle ABC$, nên ta có

+) Các cặp góc bằng nhau là:

$$\widehat{AMN} = \widehat{ABC}; \widehat{ANM} = \widehat{ACB}; \widehat{A} \text{ chung}$$

+) Tỷ số đồng dạng là:

$$\text{Vi } AM = \frac{1}{2}MB \Rightarrow MB = 2AM$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{AM + MB} = \frac{AM}{AM + 2AM} = \frac{AM}{3AM} = \frac{1}{3}$$

Vi $\triangle BMI$ đồng dạng với $\triangle BAC$, nên ta có

+) Các cặp góc bằng nhau là: $\widehat{BIM} = \widehat{BCA}$; $\widehat{BIM} = \widehat{BCA}$; \widehat{B} chung

+) Tỷ số đồng dạng là: $\frac{MB}{AB} = \frac{2MA}{3AM} = \frac{2}{3}$

Bài 2. Cho tam giác ABC. Biết $AB = 16,2\text{cm}$; $BC = 24,3\text{cm}$; $AC = 32,7\text{cm}$.

a) Tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $\frac{2}{3}$.

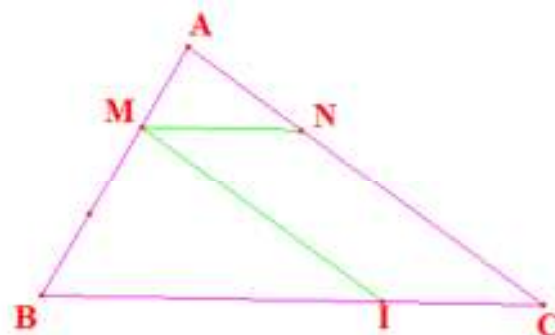
b) Vẽ hai tam giác trên.

Giải

a)

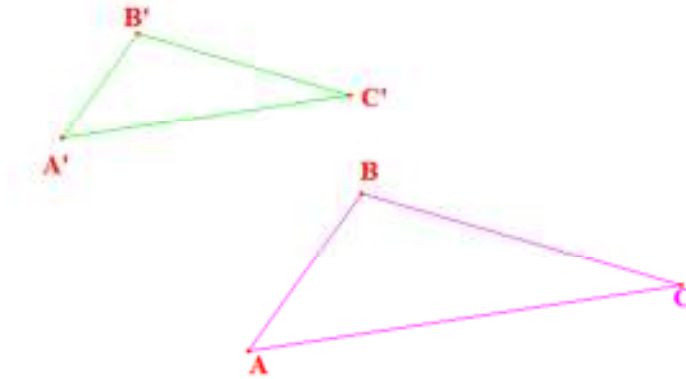
$\triangle A'B'C'$ đồng dạng với $\triangle ABC$ theo tỷ số $k = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{2}{3} \text{ hay } \frac{A'B'}{16,2} = \frac{B'C'}{24,3} = \frac{C'A'}{32,7} = \frac{2}{3}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A'B'}{16,2} = \frac{2}{3} \\ \frac{B'C'}{24,3} = \frac{2}{3} \\ \frac{C'A'}{32,3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'B' = \frac{16,2 \cdot 2}{3} \\ B'C' = \frac{24,3 \cdot 2}{3} \\ C'A' = \frac{32,3 \cdot 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'B' = 10,8\text{cm} \\ B'C' = 16,2\text{cm} \\ C'A' \approx 21,5\text{cm} \end{cases}$$

b) Vẽ hình



Bài 3. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác A'B'C' theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

- Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đó.
- Biết tổng chu vi của hai tam giác là 36 cm. Tính chu vi của mỗi tam giác.
- Biết $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. Tính cạnh AC và các cạnh của tam giác A'B'C'.

Giải:

a) Vì ΔABC đồng dạng với $\Delta A'B'C'$ theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Áp dụng tính chất của dãy tỷ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{AB+BC+CA}{A'B'+B'C'+C'A'} = \frac{C_{ABC}}{C_{A'B'C'}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{C_{ABC}}{C_{A'B'C'}} = \frac{1}{2}$

b) Ta có $\frac{C_{ABC}}{C_{A'B'C'}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C_{ABC}}{1} = \frac{C_{A'B'C'}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{C_{ABC}}{1} = \frac{C_{A'B'C'}}{2} = \frac{C_{ABC} + C_{A'B'C'}}{1+2} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{C_{ABC}}{1} = 12 \\ \frac{C_{A'B'C'}}{2} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{ABC} = 12\text{cm} \\ C_{A'B'C'} = 24\text{cm} \end{cases}$$

c) Ta có $C_{ABC} = AB + BC + AC \Rightarrow 12 = 3 + 4 + AC \Rightarrow AC = 5\text{cm}$

Từ (1) suy ra $\frac{3}{A'B'} = \frac{4}{B'C'} = \frac{5}{C'A'} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{A'B'} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{B'C'} = \frac{1}{2} \\ \frac{5}{C'A'} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'B' = 6\text{ cm} \\ B'C' = 8\text{ cm} \\ C'A' = 10\text{ cm} \end{cases}$$

Bài 4. Cho hình thang cân ABCD (AB//CD) có CD = 2AB.

a) Gọi E là trung điểm của DC. Chứng minh ba tam giác ADE, ABE, BEC đồng dạng với nhau từng đôi một.

b) Gọi O là giao điểm của AD và BC. Chứng minh tam giác OAB đồng dạng với tam giác ODC.

Giải:

a)

* Vì $AB = \frac{1}{2}DC$ mà $ED = EC \Rightarrow AB = DE$

* Xét $\triangle ADE$ và $\triangle EBA$ có:

$$AB = DE$$

$$\widehat{EAB} = \widehat{AED} \text{ (vì } AB \parallel CD)$$

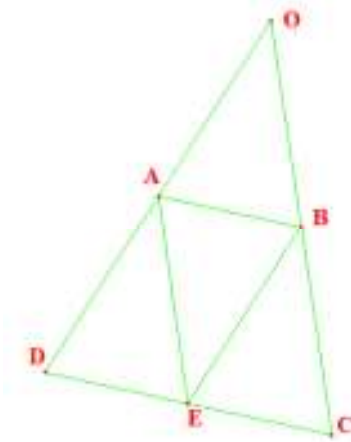
AE chung

$$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle EBA \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ đồng dạng } \triangle EBA$$

* Chứng minh tương tự ta cũng có $\triangle AEB$ đồng dạng $\triangle CBE$

Do đó $\triangle AEB$, $\triangle CBE$ và $\triangle ADE$ đồng dạng với nhau từng đôi một. (đpcm)



b)

Xét $\triangle ODC$ có $AB \parallel DC$ và $AB = \frac{1}{2}DC$

$$\Rightarrow AB \text{ là đường trung bình của } \triangle ODC$$

$$\Rightarrow OA = AD \text{ và } OB = BC$$

Xét $\triangle OAB$ và $\triangle ODC$ có:

$\widehat{OAB} = \widehat{ODC}$; $\widehat{OBA} = \widehat{OCD}$ (vì $AB \parallel CD$); \widehat{O} chung

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \Delta OAB$ đồng dạng với ΔODC