

BÀI: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA GÓC – GÓC

Đáp án

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- So sánh góc HBD và góc CAD.
- Chứng minh: $DB \cdot DC = DA \cdot DH$.
- Chứng minh: $EA \cdot EC = EB \cdot EH$.
- Chứng minh: $FA \cdot FB = FC \cdot FH$.

Giải:

a) Xét $\triangle BHD$ và $\triangle AHE$ có:

$$\widehat{AHE} = \widehat{BHD} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{AEH} = \widehat{HDB} = 90^\circ \text{ (vì BE và AD là đường cao)}$$

$\Rightarrow \triangle BHD$ đồng dạng với $\triangle AHE$ (g.g)

$$\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{CAD} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

b) Xét $\triangle BHD$ và $\triangle DAC$ có:

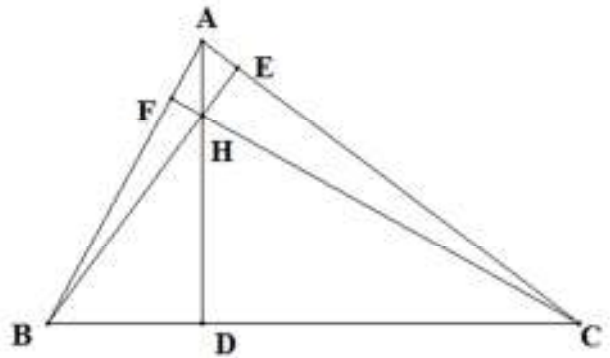
$$\widehat{BDH} = \widehat{ADC} = 90^\circ$$

$$\widehat{CAD} = \widehat{HBD} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle BHD$ đồng dạng với $\triangle DAC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BH}{AC} = \frac{BD}{AD} = \frac{HD}{DC}$$

$$\Rightarrow BD \cdot DC = AD \cdot HD \text{ hay } DB \cdot DC = DA \cdot DH \text{ (dpcm)}$$



Bài 2. Cho hình bình hành ABCD có $AC > BD$. Kẻ CE vuông góc với AB tại E, CF vuông góc với AD tại F, BH vuông góc với AC tại H, DK vuông góc với AC tại K. Chứng minh:

- $AB \cdot AE = AH \cdot AC$.
- $AD \cdot AF = AK \cdot AC$.
- $AH + AK = AC$.
- $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

Giải:

a) Xét $\triangle BHA$ và $\triangle AEC$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$$

\hat{A} chung

$\Rightarrow \Delta ABH$ đồng dạng với ΔAEC (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AH}{AC}$$

$\Rightarrow AB.AE = AH.AC$ (dpcm)

b) Xét ΔAKD và ΔAFC có:

$$\widehat{AKD} = \widehat{AFC} = 90^\circ$$

\hat{A} chung

$\Rightarrow \Delta AKD$ đồng dạng với ΔAFC (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AF} = \frac{AD}{AC}$$

$\Rightarrow AK.AC = AD.AF$ (dpcm)

c) Xét ΔAHB và ΔCKD có:

$$\widehat{CKD} = \widehat{AHB} = 90^\circ$$

$CD = AB$ (ABCD là hbh)

$\widehat{HAB} = \widehat{DCK}$ (vì $AB \parallel CD$)

$\Rightarrow \Delta AHB = \Delta CKD$ (cạnh huyền-góc nhọn)

$\Rightarrow CK = HA$

Do đó $AH + AK = CK + AK = AC$ (dpcm)

d) Theo câu a, b ta có

$$AB.AE = AH.AC$$

$$AD.AF = AK.AC$$

$$\Rightarrow AB.AE + AD.AF = AH.AC + AK.AC = AC(AH + AK)$$

Mà theo câu c, ta có $AH + AK = AC$.

$$\Rightarrow AB.AE + AD.AF = AC.AC = AC^2 \text{ (dpcm)}$$

